Chapter 01 स्थिरवैद्युतिकी (Electrostatics)

CONTENT

- विद्युत आवेश
- कूलॉम का नियम एंव इसके अनुप्रयोग
- विद्युत क्षेत्र
- विद्युत फ्लक्स
- गॉउस प्रमेय
- स्थिर विद्युत स्थितिज ऊर्जा
- विद्युत विभव
- विद्युत द्विध्रुव
- चालक

➢ भौतिकी की वह शाखा जिसमें स्थैतिक आवेशों के वैद्युत प्रभावों (बल, क्षेत्र और विभव) का अध्ययन किया जाता है, स्थिर वैद्युतिकी कहलाती है।

1. विद्युत आवेश (ELECTRIC CHARGE):

यह इलेक्ट्रॉन या प्रोटॉन जैसे कुछ प्राथमिक कण का आंतरिक गुण है।

➢ आवेश वह प्रकृति है जिसके कारण यह वैद्युत व चुम्बकीय प्रभाव उत्पन्न एंव अनुभव करता है।

➢ S.I. पद्धति में आवेश कूलॉम मे मापा जाता है। अभ्यास में इसे mC (10^{-3}C), μC (10^{-6}C), nC(10^{-9}C) आदि काम मे लेते है।

➢ C.G.S. आवेश की इकाई नहीं होती लेकिन यह e.s.u. इकाई (स्थिर विद्युतिकी इकाई) का सहयोग करती है अतः हम C.G.S. इकाई के स्थान पर e.s.u. इकाई का उपयोग करते हैं।

➢ आवेश का C.G.S. मात्रक = स्थिर वैद्युत इकाई = स्टेट कूलॉम एवं फ्रेंकलिन

1 कूलॉम = 3 × 10^9 स्टेट कूलॉम (स्टेट C)

➢ M.K.S. पद्धति मे आवेश की इकाई नहीं होती लेकिन यह e.m.u. इकाई (वैद्युत चुम्बकीय इकाई) का सहयोग करती है अतः हम M.K.S. इकाई के स्थान पर e.m.u. इकाई का उपयोग करते हैं।

➢ आवेश की M.K.S. इकाई = e.m.u. = Absolute coulomb (abC)

1 कूलॉम = $\frac{1}{10}$ absolute coulomb.

1 वैद्युत चुम्बकीय इकाई (emu) = 1 ab कूलॉम = 10C

1C = 3 × 10^9 stat C = $\frac{1}{10}$ ab C

➢ आवेश का विमिय सूत्र = $[M^oL^oT^1A^1]$

आवेश दो प्रकार के होते है।:

(i) धनात्मक आवेश (ii) ऋणात्मक आवेश

➢ 1C धनात्मक आवेश –1C ऋणात्मक आवेश के बराबर होता है यहाँ ऋणात्मक चिह्न दर्शाता है कि धनात्मक आवेश की प्रकृति ऋणात्मक आवेश की प्रकृति के विपरीत है।

1.1 आवेश के गुण (Properties of Charge)

➢ आवेश एक अदिश राशि है

➢ आवेश हमेशा द्रव्यमान पर आधारित होता है

स्थिर वैद्युतिकी

- **इलेक्ट्रॉन**
  - इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान (m_e) = 9.1 × 10^{-31} kg
  - इलेक्ट्रॉन पर आवेश = – ve
- **प्रोट्रॉन**
  - प्रोट्रॉन का द्रव्यमान (m_p) = 1.672 × 10^{-27} kg
  - प्रोट्रॉन का आवेश = + ve
- **न्यूट्रॉन**
  - न्यूट्रॉन का द्रव्यमान (m_n) = 1.674 × 10^{-27} kg
  - प्रोट्रॉन पर आवेश = आवेशहीन

➢ संरक्षित आवेष (**Charge is conserved):** विलगित प्रणाली में जो भी परिवर्तन होता है इसमें कुल आवेश स्थिर रहता है।

KHAN GLOBAL STUDIES Most Trusted Learning Platform KHAN SIR

SPOT LIGHT

आवेश का परिमाण (Quantum): यह आवेश की वह न्यूनतम मात्रा है जो प्रकृति में मुक्त रूप से रह सकती है।

- **आवेश का परिमाणीकरण (Quantization of charge):** आवेश परिमाणीकृत होते है और आवेश का परिमाण ±e होता है, किसी पिण्ड पर आवेश विद्युत आवेश की मूलभूत इकाई के गुणज के रूप में होता है इसलिए पिण्ड पर आवेश $Q = \pm ne$, जहाँ n एक पूर्णांक है और e इलेक्ट्रॉनिक आवेश है।

DETECTIVE MIND

प्रोटॉन और न्यूट्रॉन क्वार्क नामक अन्य इकाईयो का संयोजन हैं, जिनके आवेश $\pm\frac{1}{3}e$ और $\pm\frac{2}{3}e$ हैं। लेकिन क्वार्क हमेशा तीन के अभिन्न गुणक में मौजूद होते हैं, इसलिए न्यूनतम संभव आवेष जो व्यक्तिगत रूप से मौजूद हो सकता है वह ± e है।

- समान प्रकृति के आवेश एक दूसरे को प्रतिकर्षित करते हैं जबकि विपरीत प्रकृति के आवेश एक दूसरे को आकर्षित करते हैं।
- आवेश सदैव द्रव्यमान से सम्बद्व होता है अर्थात् द्रव्यमान के बिना आवेश का अस्तित्व नहीं होता यद्यपि आवेश के बिना द्रव्यमान का अस्तित्व सम्भव है।

- **आवेष का अचल गुणधर्म (Invariant Property of charge):** आवेश निर्देश तन्त्र पर निर्भर नहीं करता है अर्थात् किसी वस्तु का आवेश परिवर्तित नहीं होता है, चाहे इसकी चाल कुछ भी हो, इसके विपरीत वस्तु का द्रव्यमान इसकी चाल पर निर्भर करता है और चाल में वृद्धि के साथ बढ़ता है।

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - V^2 / C^2}} \quad m_0 = \text{विराम द्रव्यमान}$$

- एक स्थिर आवेश इसके चारों ओर केवल विद्युत क्षेत्र उत्पन्न करता है। एक समान रूप से गति करने वाला आवेश इसके चारों ओर विद्युत क्षेत्र व चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करता है जबकि त्वरित गति करता हुआ एक आवेश विद्युत चुम्बकीय तरंगे उत्पन्न करता है।

DETECTIVE MIND

आवेश को ना तो बनाया जा सकता है ना ही नष्ट किया जा सकता है। इसे किसी एक पिण्ड से दूसरे पिण्ड पर स्थानान्तरित किया जा सकता है।

स्थिर वैद्युतिकी में आवेशित पिण्ड

- धनात्मक आवेशित → (धनात्मक आवेश की मात्रा) > (ऋणात्मक आवेश की मात्रा) → किसी पिण्ड को धनात्मक आवेशित करने के लिए पिण्ड से इलेक्ट्रॉन निकालने चाहिए।
- ऋणात्मक आवेशित → (धनात्मक आवेश की मात्रा) < (ऋणात्मक आवेश की मात्रा) → किसी पिण्ड को ऋणात्मक आवेशित करने के लिए पिण्ड को इलेक्ट्रॉन प्रदान करना चाहिए
- उदासीन → (धनात्मक आवेष की मात्रा) = (ऋणात्मक आवेष कि मात्रा) → पिण्ड को उदासीन बनाता हैं।

DETECTIVE MIND

किसी पिंड को आवेशित करते समय हम केवल इलेक्ट्रॉन को स्थानांतरित कर सकते हैं, प्रोटॉन को नहीं।

चालक

- धातु → धातु में आवेश वाहक इलेक्ट्रॉन होते हैं।
- विद्युत अपघट्य → इसमें आवेश वाहक आयन होते है
- अर्द्धचालक → इसमें आवेश वाहक इलेक्ट्रॉन व होल होते हैं।

1.2 वस्तु/पिण्ड का आवेशन (Charging of a body) :

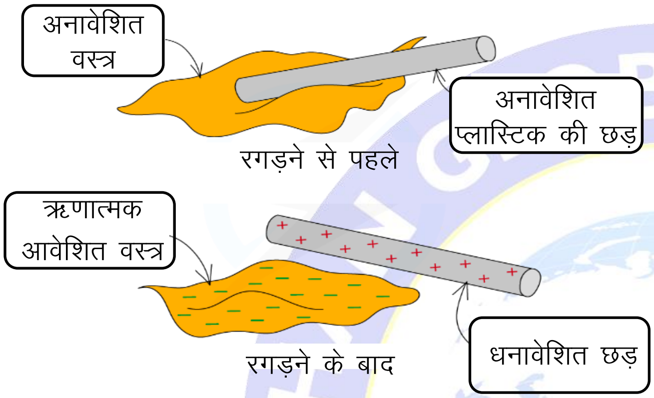
एक वस्तु को (A) घर्षण, (B) चालन तथा (C) प्रेरण द्वारा आवेशित किया जा सकता है।

(A) घर्षण के द्वारा आवेशन (Charging by Friction) :

KHAN GLOBAL STUDIES Most Trusted Learning Platform KHAN SIR

जब हम एक वस्तु को दूसरी वस्तु से रगड़ते है, ऊष्मा ऊर्जा एक वस्तु से ढ़ीले जड़ित इलेक्ट्रॉन को हटाती है तथा निकलने वाले इलेक्ट्रॉन दूसरी वस्तु में प्रवेश कर सकते है। इस अवधारणा में, एक वस्तु इलेक्ट्रॉनो को त्याग कर धनात्मक आवेशित तथा अन्य वस्तु इलेक्ट्रॉनो को ग्रहण करके कुल ऋणात्मक आवेश प्राप्त करती है।

जब एक काँच की छड़ को सिल्क के साथ रगड़ा जाता है, तो काँच धनात्मक आवेश व सिल्क ऋणात्मक आवेशित हो जाती है। वायुमण्डलीय बिजली, बादलो में आवेश संग्रहण इसके वायु के साथ घर्षण के कारण प्राप्त होता है।

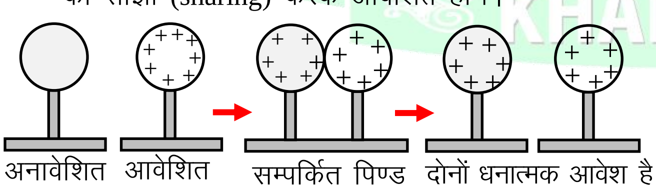


DETECTIVE MIND

किसी चालक को घर्षण विद्युतीकरण के साथ आवेशित करने के लिए इसे एक कुचालक हैंडल की मदद से पकड़ना चाहिए अन्यथा चालक से आवेष दूसरे पिण्ड के माध्यम से जमीन पर जाएगा।

(B) चालन के द्वारा आवेशन (Charging by Conduction):

जब हम एक आवेशित वस्तु (एक आवेशित चालक) को स्पर्श करते है, तो आवेश शरीर से होकर पृथ्वी तक प्रवाहित होता है। यदि आप एक उदासीन धात्विक गेंद को एक आवेशित धातु की गेंद से स्पर्श (या संयोजित) करते है, तो उदासीन गेंद चालन की प्रक्रिया द्वारा इनके मध्य आवेशो को साँझा (sharing) करके आवेशित होगें।



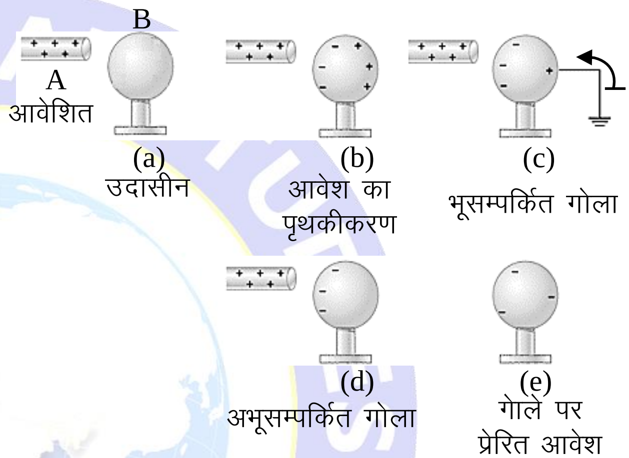
SPORT LIGHT

यदि दो संवाहक गोले जुड़े हुए हैं तो गोले पर कुल आवेश उनकी त्रिज्या के अनुपात में विभाजित हो जाता है। ($Q \propto R$)

(C) प्रेरण के द्वारा आवेषन (Charging by Induction)

जब एक उदासीन वस्तु B, धनात्मक रूप से आवेशित एक वस्तु A के समीप रखी जाती है, तो उदासीन वस्तु आवेशित वस्तु के निकट ऋणात्मक आवेश प्रेरित करती है तथा समान धनात्मक आवेश इसकी विपरीत सतह की ओर प्रेरित करती हैं। यदि वस्तु B एक चालक है तो पृथ्वी से जोड़ने पर अतिरिक्त इलेक्ट्रॉन पृथ्वी से धनात्मक वस्तु की ओर प्रवाहित होकर उसे उदासीन बनाते है। जिससे वस्तु ऋणात्मक आवेशित हो जाती है।

एक आवेशित वस्तु से एक उदासीन वस्तु को बिना स्पर्श किए आवेशन की प्रक्रिया प्रेरण कहलाती है।



SPOT LIGHT

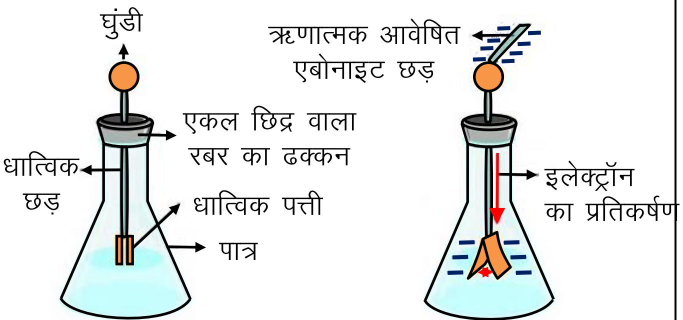
यदि दो वस्तुओ के मध्य आकर्षण है तो इनमे से एक उदासीन हो सकती है। परन्तु यदि दो बिन्दु सदृश वस्तुओ के मध्य प्रतिकर्षण होता है, तो दोनो आवेशित (समान प्रकार से आवेशित) होगी।

"अतः प्रतिकर्षण विद्युतीकरण का परीक्षण है।"

आवेश का संसूचन : विद्युतदर्शी /इलेक्ट्रॉस्कोप (स्वर्ण पत्री)
[Detection Of Charge : Electroscope (Gold Leaf)]

एक इलेक्ट्रोस्कोप विद्युत आवेश को निर्धारित करने के लिए उपयोग किए जाने वाले सबसे सरल उपकरणों में से एक है। एक अनावेशित इलेक्ट्रोस्कोप केवल यह पता लगा सकता है कि कोई वस्तु विद्युत रूप से आवेशित है या नहीं। यदि इलेक्ट्रोस्कोप को पहले आवेशित की ज्ञात प्रकृति के साथ आवेशित किया गया है, तो यह वस्तु पर आवेशन की प्रकृति का भी निर्धारण कर सकता है। एक इलेक्ट्रोस्कोप में धातु की छड़ से जुड़ी पतली एल्यूमीनियम या सोने की पन्नी (पत्ती) की दो पट्टियाँ होती हैं और शीर्ष पर घुंडी से जुड़ी होती हैं। छड को सहारा दिया जाता है और लकड़ी की फिटिंग के माध्यम से फ्रेम से अलग भी किया जाता है। जब एक आवेशित पिंड इलेक्ट्रोस्कोप के शीर्ष पर घुंडी को छूता है, तो पत्तियाँ मुड़ जाती हैं, यह दर्शाता है कि इलेक्ट्रोस्कोप आवेशित हो गया है। अब नॉब पर एक अन्य आवेश को संपर्क में लाने पर, यदि धातु की पत्तियाँ एक दूसरे की ओर आकर्षित होती हैं। इसका अर्थ

है कि दूसरे आवेश की प्रकृति (अज्ञात आवेश की प्रकृति) पहले दिए गए (ज्ञात प्रकृति) आवेश के विपरीत है।



अनावेषित इलेक्ट्रोस्कोप   **एबोनाइट का प्रयोग करके आवेषित इलेक्ट्रॉस्कोप**

2. कूलॉम का नियम (व्युत्क्रम वर्ग का नियम) [COULOMB'S LAW (INVERSE SQUARE LAW)]:

दो बिन्दुवत आवेशों के बीच लगने वाले स्थिर वैद्युत बल का परिमाण दोनों आवेशो के गुणनफल के समानुपाती व दोनों के बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है।

अर्थात् $F \propto |q_1 q_2|$ और $F \propto \frac{1}{r^2}$

$\Rightarrow F \propto \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \quad \Rightarrow F = \frac{K|q_1 q_2|}{r^2}$

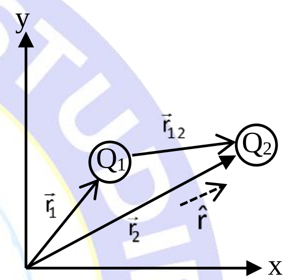
कूलॉम नियम से सम्बंधित महत्वपूर्ण बिन्दु (Important points regarding Coulomb's law):

- यह केवल बिन्दु आवेशों पर ही लागू होता है।
- समानुपाती नियतांक K का मान निर्वात मे SI पद्वति मे $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ द्वारा दिया जाता है और किसी अन्य माध्यम में $\frac{1}{4\pi\varepsilon_m}$ द्वारा व्यक्त किया जाता है। जहाँ $[\varepsilon_m = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r]$
- यदि आवेशों को किसी माध्यम में रखा जाये तो किसी एक आवेश पर स्थिर वैद्युत बल $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{q_1q_2}{r^2}$ होगा। ε_0 व ε_r निर्वात की विद्युतशीलता एंव आपेक्षिक विद्युतशीलता हैं। अनुपात $\varepsilon_m / \varepsilon_0 = \varepsilon_r$ को माध्यम की आपेक्षिक विद्युतशीलता कहते हैं जो एक विमाहीन राशि है।
- आपेक्षिक विद्युतशीलता ε_r का मान 1 से ∞ के बीच होता है। परिभाषा से निर्वात के लिए यह 1 होता है। वायु के लिए लगभग 1 तथा गणनाओं के लिए 1 के बराबर लिया जा सकता है। धातुओं के लिए ε_r का मान ∞ होता है।
- $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9\ Nm^2\ C^{-2}$

  $\Rightarrow \quad \varepsilon_0 = 8.855 \times 10^{-12}\ C^2/Nm^2$

- किसी एक आवेश द्वारा दूसरे आवेश पर बल सदैव दोनों आवेशों को जोड़ने वाली रेखा के अनुदिश होता है। यह दोनों आवेशों पर समान परिमाण मे किन्तु विपरीत दिशा में लगता है। उस माध्यम से निरपेक्ष जिसमें दोनों को रखा जाता है।
- बल कि प्रकृति संरक्षी है अर्थात् किसी भी आकृति के बन्द लूप के अनुदिश एक बिन्दुवत् आवेश को गति कराने मे स्थिर वैद्युत बल द्वारा किया गया कार्य शून्य होता है।
- सदिश रूप में

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{Q_1Q_2}{|\vec{r}|^2}\hat{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{Q_1Q_2}{|\vec{r}|^3}\vec{r}$$



यहाँ $\vec{r}$ = स्थिति सदिश है, जो स्त्रोत (जिसके कारण बल ज्ञात करना है) के सापेक्ष परीक्षण आवेश (जिस पर बल ज्ञात करना है) का स्थिति सदिश।

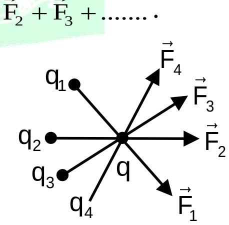
आवेश (बल की गणना के कारण) और $\vec{F}_{2\text{ का }1\text{ पर}}$ और $\vec{F}_{1\text{ का }2\text{ पर}}$ बल की क्रिया प्रतिक्रिया का युग्म है।

- एक आवेश का दूसरे आवेश पर लगाया गया बल, अन्य आवेश की स्थिति एवं माध्यम पर निर्भर नही करता है।

3. अध्यारोपण का सिद्धान्त (PRINCIPLE OF SUPERPOSITION):

किसी आवेशित (q_0) कण पर लगने वाला बल, सभी आवेशों के कारण लगने वाले बल का सदिश योग होता है। अनेक आवेशो के कारण एक बिन्दुवत् परिक्षण आवेश पर बल

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots\ldots.$$



4. विद्युत क्षेत्र (ELECTRIC FIELD) :

विद्युत क्षेत्र, किसी आवेशित कण के चारों ओर वह क्षेत्र है जिसमें अन्य आवेश वैद्युत बल अनुभव करते हैं। एक बिन्दुवत् आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र अनन्त तक होता है।

4.1 विद्युत क्षेत्र की तीव्रता (Electric field intensity) $\vec{E}$:

किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता उस बिन्दु पर रखे एक इकाई धनात्मक बिन्दु आवेश द्वारा अनुभव किये गये स्थिर वैद्युत बल के बराबर (परिमाण व दिशा दोनों में) होती है।
विद्युत क्षेत्र में किसी बिन्दु पर परिक्षण आवेश q_0 रखा है। तथा यह कुछ आवेशों (स्त्रोत आवेश) द्वारा बल अनुभव करता है तो उस बिन्दु पर स्त्रोत आवेशों के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$

DETECTIVE MIND
परिक्षण आवेश (q_0) को छोटा लिया जाता है ताकि परिक्षण आवेश पर बल आरोपित हो सके ओर बल ज्ञात करते समय इसकी स्थिति मे परिवर्तन ना हो सके ।

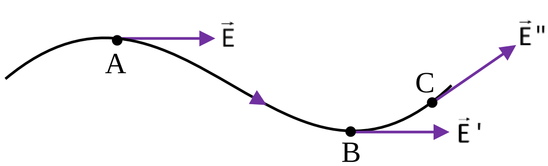
4.2 विद्युत क्षेत्र की तीव्रता के गुणधर्म (Properties of Electric Field Intensity) $\vec{E}$:

- ➢ यह सदिश राशि है। इसकी दिशा धनात्मक आवेश द्वारा अनुभव किये गये बल की दिशा के समान होती है।
- ➢ इसका S.I. पद्धति में मात्रक न्यूटन/कूलाम है।
- ➢ इसका विमीय सूत्र $[MLT^{-3}A^{-1}]$ है।
- ➢ किसी स्त्रोत आवेश द्वारा उत्पन्न विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ में किसी बिन्दु पर रखे q आवेश पर वैद्युत बल होता है। धनात्मक आवेश पर वैद्युत बल $\vec{F} = q\vec{E}$ विद्युत क्षेत्र की दिशा में होता है तथा ऋणावेश पर विपरीत दिशा में होता है।
- ➢ यह अध्यारोपण सिद्धान्त का पालन करता है। किसी बिन्दु पर किसी आवेश निकाय के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता समस्त आवेशों के कारण क्षेत्र तीव्रताओं के सदिश योग के बराबर होती है।

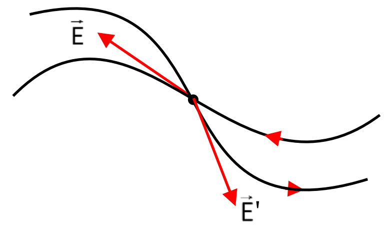
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + ...$$

5. विद्युत बल रेखाए [ELECTRIC FIELDS LINES (EFL)]

(i) बल की एक विद्युत रेखा (विद्युत क्षेत्र रेखा) एक काल्पनिक रेखा है जिसके किसी बिंदु पर खींची गई स्पर्श रेखा उस बिंदु पर विद्युत क्षेत्र (अर्थात कुल विद्युत क्षेत्र) की दिशा देती है।

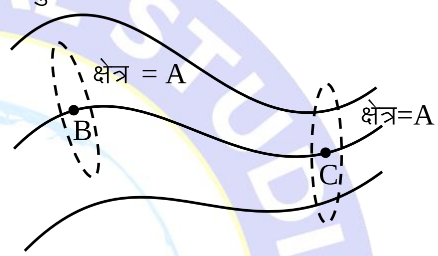


(ii) दो EFL कभी एक दूसरे को नहीं काट सकती क्योंकि एक बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की दो दिशाएं नहीं हो सकती हैं।



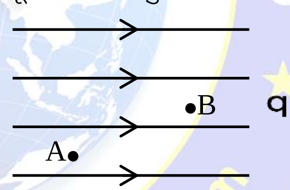
यहा एक बिंदु पर दो दिशाए संभव नहीं है। अत : यह गलत है

(iii) एक बिंदु पर क्षेत्र के प्रति सामान्य बल की विद्युत रेखाएँ तीव्रता के परिमाण का प्रतिनिधित्व करती हैं, ज्यादा रेखाएँ प्रबल क्षेत्र का प्रतिनिधित्व करती हैं जबकि कम रेखाएँ दुर्बल क्षेत्र का प्रतिनिधित्व करती हैं।



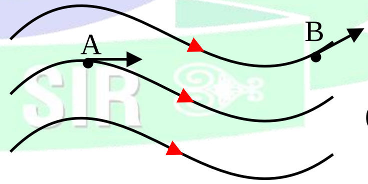
$|\vec{E}_C| > |\vec{E}_B|$

(iv) एकसमान विद्युत क्षेत्र को बलों की समानांतर और समान दूरी वाली विद्युत रेखाओं द्वारा दर्शाया जाता है।



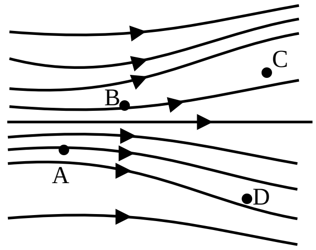
$\vec{E}_A = \vec{E}_B$
(परिमाण और दिशा दोनों समान हैं)

(v) परिमाण के असमान विद्युत क्षेत्र (लेकिन चर दिशाओं) को बलों की समान दूरी वाली विद्युत रेखाओं द्वारा दर्शाया जाता है।



$|\vec{E}_A| = |\vec{E}_B|$
(परिमाण समान हैं लेकिन दिशाएँ भिन्न हैं)

(vi) अलग–अलग परिमाण और अलग–अलग दिशाओं के असमान विद्युत क्षेत्र को बल की विद्युत रेखाओं के अलग–अलग सापेक्ष घनत्व के साथ समान रूप से दूरी से दर्शाया जाता है।



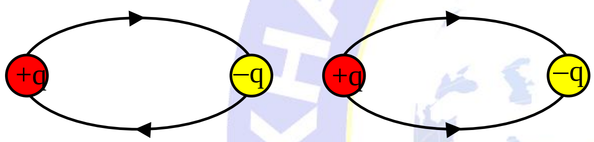
$\vec{E}_A \neq \vec{E}_B \neq \vec{E}_C \neq \vec{E}_D$
(परिमाण और दिशाएँ सभी बिंदुओं पर भिन्न होती हैं)

(vii) बल रेखाऐं धनावेश से आरम्भ होती है और ऋणावेश पर समाप्त होती है।

विद्युत क्षेत्र की रेखाएँ

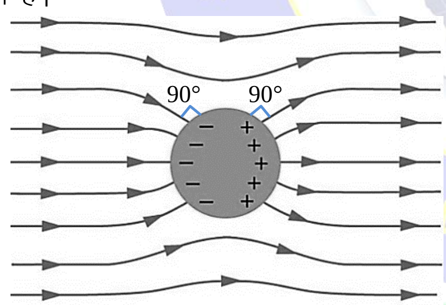
धनात्मक आवेष   ऋणात्मक आवेष

(viii) ये कभी भी बंद लूप में नहीं हो सकते



बंद लूप का रूप [×]   बंद लूप का रूप नहीं है [✓]

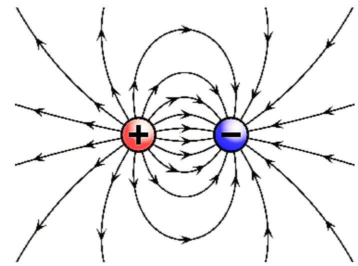
(ix) विद्युत बल रेखाएं हमेशा धात्विक पिण्ड के पृष्ठ के लम्बवत् होती है।



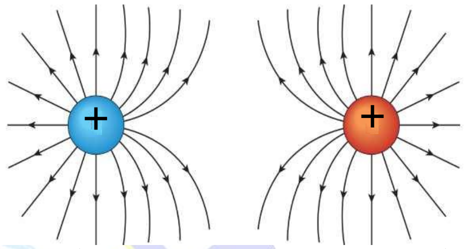
(x) यदि कोई विद्युत क्षेत्र नहीं है तो बल की रेखाएँ नहीं होंगी।

(xi) किसी आवेश पर उत्पन्न या समाप्त होने वाली रेखाओं की संख्या आवेश के परिमाण के समानुपाती होती है। तर्कसंगत MKS प्रणाली में परिमेयकरण, $1/\varepsilon_0$ विद्युत रेखाएं इकाई आवेश से जुड़ी होती हैं, इसलिए यदि कोई वस्तु आवेश q को घेरता है, तो इससे जुड़ी बल की कुल रेखाएँ (फ्लक्स कहलाती हैं) q/ε_0 होंगी।

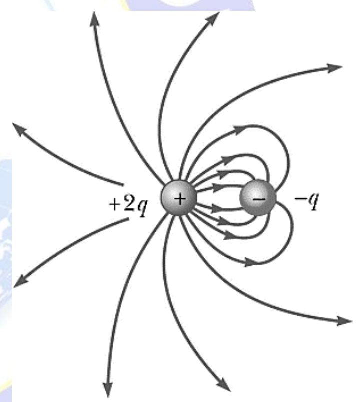
5.1 विद्युत बल रेखाओं का निरूपण (Representation of Electric Field Lines):



दो आवेशो की EFL जो परिमाण मे समान परन्तु विपरीत प्रकृति के है



दो समान परिमाण व समान प्रकृति के धनात्मक आवेशों की EFL



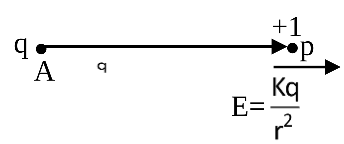
असमान परिमाण व विपरीत प्रकृति वाले आवेशो की ELF

DETECTIVE MIND

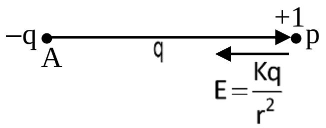
विद्युत क्षेत्र रेखाओं की कमीया है, यह विद्युत क्षेत्र का मात्रात्मक परिमाण नहीं देता है यह केवल विद्युत क्षेत्र का सापेक्ष परिमाण देता है

6. बिन्दु आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र (ELECTRIC FIELD DUE TO A POINT CHARGE):

➤ धनात्मक बिंदु आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र, $E = \frac{kq}{r^2}$



➢ ऋणात्मक बिंदु आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र, $E = \frac{kq}{r^2}$



➢ विद्युत क्षेत्र का सदिश रूप का समीकरण $\vec{F} = \frac{Kq}{r^2}\hat{r}$ होता है. यहां आवेश को उचित रूप से चिन्हीत किया जाता है

$\boxed{\vec{E} = \frac{kq}{r^2}\hat{r}}$ or $\boxed{\vec{E} = \frac{kq}{r^3}\vec{r}}$ Also, $E = |\vec{E}|$ or $\boxed{E = \frac{kq}{r^2}}$

- $\vec{r} = \vec{r}_P - \vec{r}_A =$ के संबंध में P का स्थिति सदिश चिह्न के साथ आवेश का मान रखें।

DETECTIVE MIND

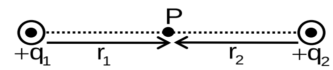
सूत्र $E = \frac{kq}{r^2}$ में आवेश q को बिना चिन्ह के लिया जाता है, जबकि सूत्र $\vec{E} = \frac{Kq}{r^2}\hat{r}$ मे आवेश को उसके उचित चिन्ह के साथ लिया जाता है।

6.1 शून्य बिंदु (Null Point): यह अंतरिक्ष में एक बिंदु है जहां सभी निकटम आवेशों के कारण कुल विद्युत क्षेत्र शून्य होता है।

6.2 शुन्य बिंदु का निर्धारण: (Null Point Identification):

स्थिति:1 असमान परिमाण तथा समान प्रकृति के आवेशों के लिए, अविक्षेप बिन्दु, आवेशो को जोड़ने वाली रेखा पर लद्यु परिमाण आवेश के निकट तथा दोनों आवेशो के मध्य होगा।

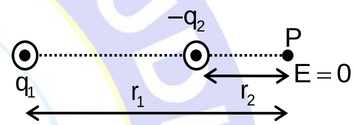
बिन्दु 'p' पर $\Rightarrow \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{kq_2}{r_2^2} \Rightarrow \boxed{\frac{r_1}{r_2} = \frac{\sqrt{q_1}}{\sqrt{q_2}}}$



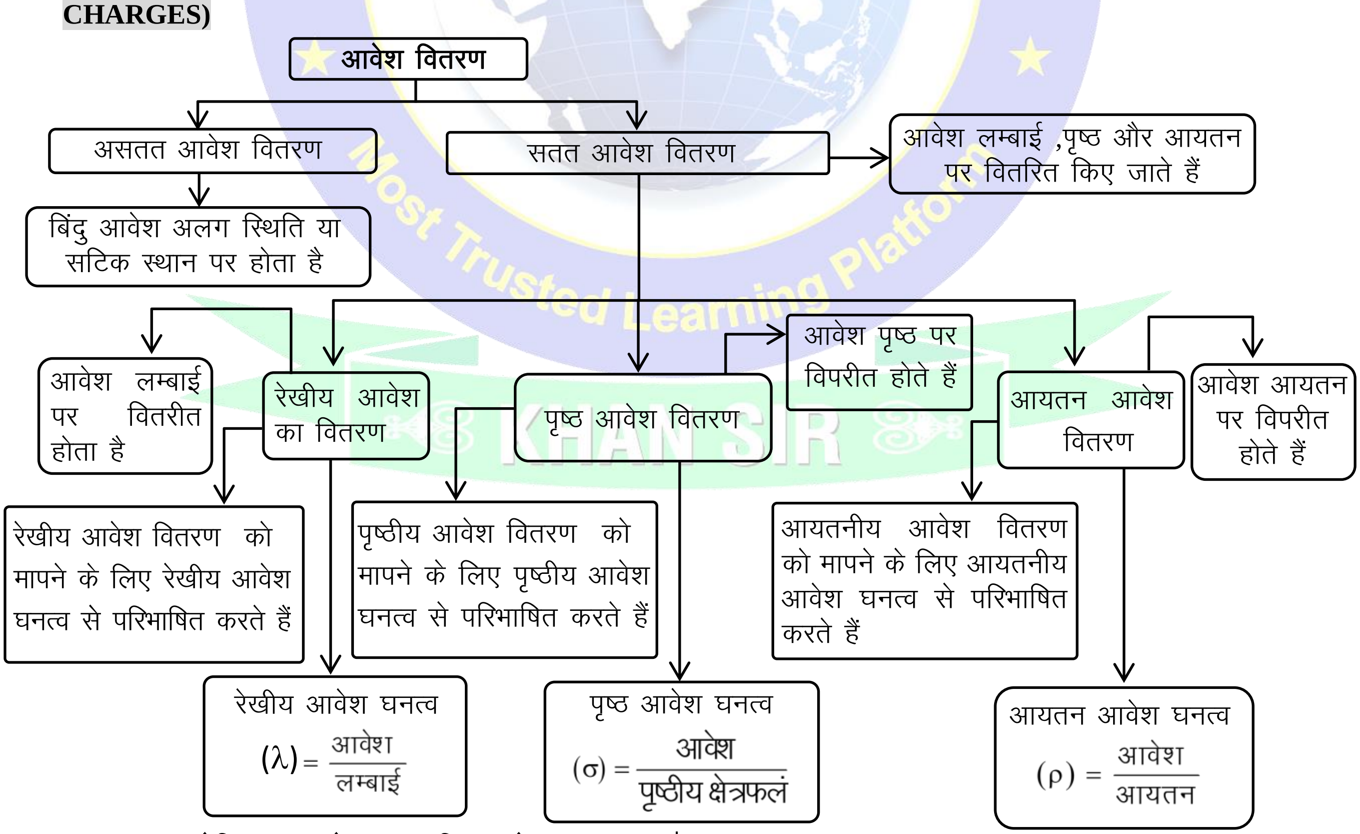
स्थिति:2 भिन्न भिन्न परिमाण मान तथा विपरीत प्रकृति के आवेश के लिए, अविक्षेप बिन्दु आवेशो के जोड़ने वाली रेखा पर लद्यु परिमाण आवेश के लिए निकट व एक बाह्य बिन्दु होगा।

यहां $|q_1| > |q_2|$

यहां $\frac{r_1}{r_2} = \frac{\sqrt{q_1}}{\sqrt{q_2}}$

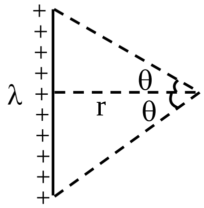


7. सतत आवेष के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता (ELECTRIC FIELD INTENSITY DUE TO CONTINUOUS CHARGES)



7.1 एकसमान आवेशित तार के कारण विद्युत क्षेत्र (Electric field due to uniformly charged wire):

(A) परिमित लम्बाई के रेखीय आवेश के कारण : माना कि समान रेखीय आवेश घनत्व λ तथा परिमीत आकार के एक रेखीय आवेश के कारण किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है। रेखीय आवेश से बिन्दु की लम्बवत् दूरी r है ओर रेखीय आवेश के अन्तिम किनारो को मिलाने वाली रेखा, लम्बवत् रेखा से θ_1 और θ_2 कोण बनाती है।

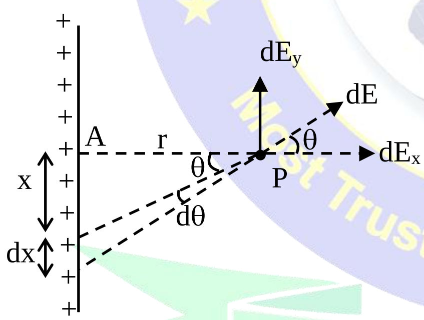


बिंदु A से दूरी x पर रेखीय आवेश वितरण पर एक छोटे से तत्व dx पर विचार करें (चित्र देखें)। इस तत्व का आवेश dq = λdx होगा। इस आवेश (dq) के कारण बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता dE है।

तो $dE = \dfrac{K(dq)}{r^2+x^2} = \dfrac{K(\lambda dx)}{r^2+x^2}$

विद्युत क्षेत्र के दो घटक होंगे

$$E_x = \int dE_x = \int dE\cos\theta = \int \frac{K\lambda dx}{r^2+x^2}.\cos\theta$$



माना $x = r\tan\theta \Rightarrow dx = r\sec^2\theta.\,d\theta$

इसलिए, $E_x = \displaystyle\int_{-\theta_2}^{+\theta_1} \frac{K\lambda r\sec^2\theta.\cos\theta.d\theta}{r^2+r^2\tan^2\theta}$

$$= \frac{K\lambda}{r}\int_{-\theta_2}^{+\theta_1}\cos\theta.d\theta = \frac{K\lambda}{r}[\sin\theta_1+\sin\theta_2] \quad ...(1)$$

इसी प्रकार y घटक के लिए

$$E_y = \frac{K\lambda}{r}\int_{-\theta_2}^{+\theta_1}\sin\theta.d\theta = \frac{K\lambda}{r}[\cos\theta_2-\cos\theta_1]$$

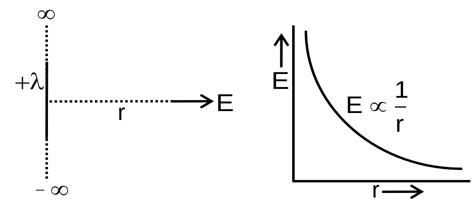
इस बिंदु पर कुल विद्युत क्षेत्र

$E_{net} = \sqrt{E_x^2+E_y^2}$

(B) अनन्त लम्बाई के रेखीय आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र

समीकरण में $\theta_1 = \theta_2 = 90°$ रखने पर

$E_{net} = E_x = \dfrac{2K\lambda}{r}$; $E_y = 0$

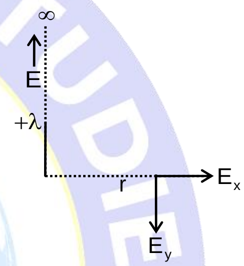


(C) आधे अनन्त तार के लिय

$\theta_1 = 90°$ and $\theta_2 = 0°$

अतः $E_x = \dfrac{K\lambda}{r}$, $E_y = \dfrac{K\lambda}{r}$

$\Rightarrow \quad E_{net} = \dfrac{\sqrt{2}k\lambda}{r}$



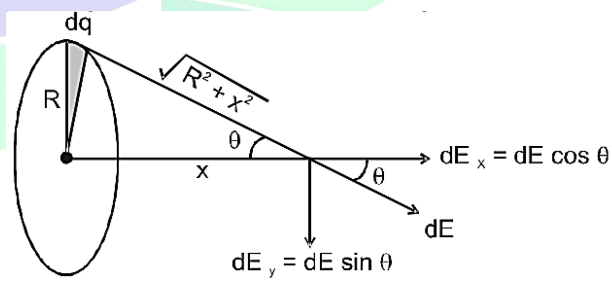
SPOT LIGHT

यदि तार पर ऋणात्मक आवेश है तो विद्युत क्षेत्र कि दिशा विपरीत होगी।

7.2 आवेशित वृत्ताकार वलय के कारण अक्षीय बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र :

(Electric field due to uniformly charged circular ring at an axial point) :

त्रिज्या R और कुल आवेश Q के समान रूप से आवेशित वलय के केंद्र से x दूरी पर अक्ष पर एक बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता।



आवेश dq के एक अवयव पर विचार करें। इस अवयव के कारण वलय के केंद्र से x दूरी पर अक्ष पर बिंदु पर विद्युत क्षेत्र dE है। इस विद्युत क्षेत्र के दो घटक हैं

सभी तत्वों के कारण विद्युत क्षेत्र का y–घटक एक दूसरे को रद्द कर देगा। अतः बिंदु पर कुल विद्युत क्षेत्र की तीव्रता केवल प्रत्येक तत्व के x–घटक के कारण होगी।

KHAN GLOBAL STUDIES Most Trusted Learning Platform KHAN

$$E_{net} = \int dE_x = \int dE\cos\theta = \int_0^Q \frac{K(dq)}{R^2 + x^2} \times \frac{x}{\sqrt{R^2 + X^2}}$$

or $E_P = \dfrac{kQx}{\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}}$

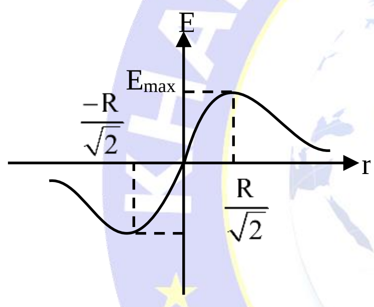
वलय के केन्द्र पर $x = 0$ so $E_0 = 0$

E अधिकतम होगा जब $\dfrac{dE}{dx} = 0$, इस पर है $x = \dfrac{R}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow E_{max} = \dfrac{2KQ}{3\sqrt{3}R^2}$

स्थिति (A) : यदि $x >> R$, $E = \dfrac{KQ}{x^2}$, अतः वलय बिन्दु आवेश की तरह कार्य करेगा।

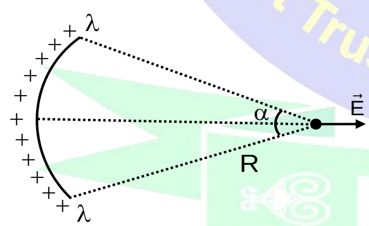
स्थिति (B) : यदि $x << R$, $E = \dfrac{KQx}{R^3}$, $E \propto x$



7.3 वलय के भाग के कारण (Segment of ring) :

(A) एक समान आवेशित वृत्तचाप (E केंद्र पर) :

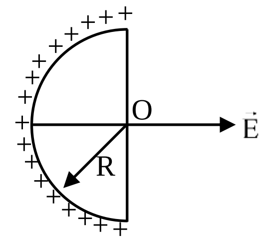
$E_0 = \dfrac{2K\lambda}{R}\sin\dfrac{\alpha}{2}$



(B) एकसमान आवेशित वृत्ताकार अर्द्धवलय : (केन्द्र पर E)

$E_0 = \dfrac{2K\lambda}{R} = \dfrac{Q}{2\pi^2 \epsilon_0 R^2}$

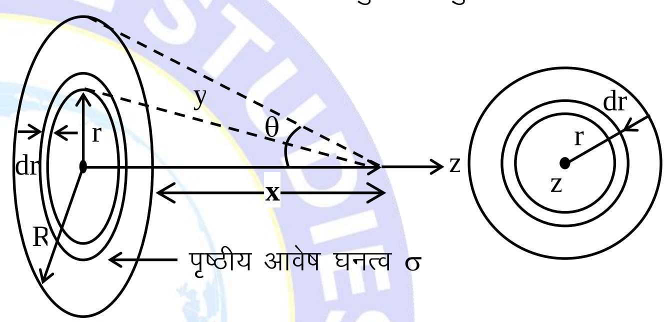
$\because \lambda = \dfrac{Q}{\pi R}$



एक समान आवेशित चकती के अक्षीय बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

(Electric Field Intensity Due To Uniformly Charged Disk At Axial Point)

एक से अधिक संख्या में वलय को मिलाकर चकती बनायी हुई है। r त्रिज्या व dr चौडाई के आकार की वलय पर एक अल्पांश लिया गया है। P बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता–



$$dE = \frac{K.\sigma 2\pi r.dr.x}{\left(r^2 + x^2\right)^{3/2}}$$

$r^2 + x^2 = y^2$ मान रखने पर

$2rdr = 2ydy$

$$\Rightarrow dE = \frac{K.\sigma 2\pi y.dy.x}{y^3} = 2K\sigma\pi.x\frac{ydy}{y^3}$$

अक्ष के सापेक्ष बिंदु सभी वलय के कारण विद्युत क्षेत्र–

$\therefore E = \int dE$

$$\Rightarrow E = 2K\sigma\pi x \int_x^{\sqrt{R^2+x^2}} \frac{1}{y^2}dy = 2K\sigma\pi x\left[-\frac{1}{y}\right]_x^{\sqrt{R^2+x^2}}$$

$$= 2K\sigma\pi x\left[+\frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + x^2}}\right] = 2K\sigma\pi\left[1 - \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}}\right]$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}}\right] = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \cos\theta\right],$$

केंद्र से गुजरने वाले अक्ष के अनुदिश और चकती के तल के लंबवत

Case : (i) If $x >> R$

KHAN GLOBAL STUDIES Most Trusted Learning Platform KHAN SIR

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1-\frac{x}{x\sqrt{\frac{R^2}{x^2}+1}}\right]=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1-\left(1+\frac{R^2}{x^2}\right)^{-1/2}\right]$$

(द्विपद प्रमेय द्वारा).

$$=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1-1+\frac{1}{2}\frac{R^2}{x^2}\right]=\frac{\sigma}{4\varepsilon_0}\frac{R^2}{x^2}=\frac{\sigma\pi R^2}{4\pi\varepsilon_0 x^2}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$

यह चकती बिंदु आवेश की तरह व्यवहार करेगा

Case : (ii) यदि $x << R$

$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}[1-0]=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ चकती अनन्त लम्बाई की पट्टिका की तरह व्यवहार करेगी

7.4 एक समान आवेशित अनन्त पट्टिका के कारण विद्युत क्षेत्र (Electric field due to uniformly charged infinite sheet)

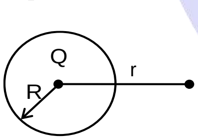
$E_{net}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ लम्बवत् दिशा में

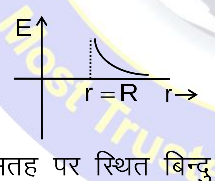
- विद्युत क्षेत्र की दिशा सदैव आवेशित शीट के लम्बवत् होती है।
- अपरिमित (अनन्त) समरूप आवेशित परत के कारण विद्युत क्षेत्र का मान सदैव समान होता है, यह दूरी पर निर्भर नही करता।

7.5 एकसमान आवेशित चालक व अचालक गोलीय कोश के कारण विद्युत क्षेत्र (Electric field due to uniformly charged spherical shell (Conducting or nonconducting)

$E = 0$ for $r < R$

$E=\frac{KQ}{r^2}$ for $r \geq R$



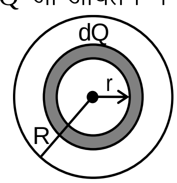


बाहर स्थित बिन्दुओं और सतह पर स्थित बिन्दु के लिये समान आवेशित गोलीय कोश को, केन्द्र पर स्थित बिन्दु आवेश के समान मान सकते है।

गोलीय कोश के बाहर विद्युत क्षेत्र, हमेशा त्रिज्यीय दिशा में होता है।

7.6 R त्रिज्या के एकसमान आवेशित ठोस अचालक गोले के कारण विद्युत क्षेत्र (Electric field due to uniformly charged solid non conducting sphere of radius R)

यदि कुल आवेश Q जो आयतन में समान रूप से वितरित है।



(A) बाह्य बिन्दु (Exterior Point ($r \geq R$) :

dq आवेश का एक अल्पाशं सकेन्द्रीय कोश मानते है। इस कोश के कारण किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र ($r \geq R$) है

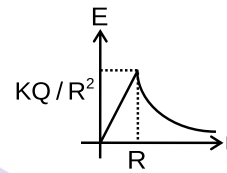
$dE=\frac{Kdq}{r^2}$ [खोखले गोले के परिणाम से]

$E_{net}=\int dE=\frac{KQ}{r^2}$

(B) आन्तरिक बिन्दु (Interior Point)

$r \leq R$ के लिए

जब कोश की त्रिज्या, r से ज्यादा है तब कोश के कारण कोई विद्युत क्षेत्र नही होगा।



$E'_{net}=\frac{KQ'}{r^2}$

यहाँ $Q'=\frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}\times\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{Qr^3}{R^3}$

$E'_{net}=\frac{KQ'}{r^2}=\frac{KQr}{R^3}$ केद्र से दूर

DETECTIVE MIND

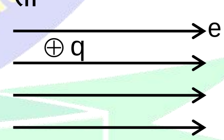
गोले के आंतरिक व बाह्य बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र हमेशा त्रिज्यक दिशा में होता है।

(C) आवेष घनत्व के पदों में (In terms of charge density)

$E=\frac{\rho r}{3\varepsilon_0}$

8. एकसमान विद्युत क्षेत्र में आवेश की गति (MOTION OF CHARGE IN A UNIFORM ELECTRIC FIELD)

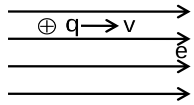
8.1 एक आवेश एकसमान विद्युत क्षेत्र मे विरामवस्था से मुक्त किया गया है। तो



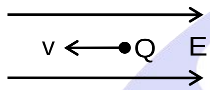
- आवेश पर बल = QE
- आवेश का त्वरण = $\frac{qe}{m}$
- 't' समय पश्चात् वेग = $\frac{qe}{m}t$
- 't' समय पश्चात् विस्थापन = $\frac{1}{2}\frac{qe}{m}t^2$
- कण का पथ सरल रैखीय होगा

8.2 एक आवेश V वेग से एकसमान विद्युत क्षेत्र के समान्तर प्रवेश करे (A charge enters in a uniform electric field with a velocity v parallel to the electric field).

- कण का पथ सरल रेखा में होगा



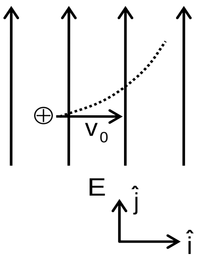
- कण का त्वरण = $\frac{qe}{m}$ होगा।
- 't' समय पश्चात् कण का वेग = $v + \frac{qe}{m}t$
- 't' समय पश्चात् कण का विस्थापन = $vt + \frac{1}{2}\frac{qe}{m}t^2$
- यदि आवेश विद्युत क्षेत्र के अनुदिश प्रवेश करता है या आवेश विद्युत क्षेत्र के विपरित दिशा में प्रवेश करता है। तब कण की चाल पहले घट़ेगी फिर बढ़ेगी।



8.3 एक आवेश एकसमान विद्युत क्षेत्र में लम्बवत् प्रवेश करे तब (A charge enters in a uniform electric field perpendicularly)

- कण का पथ परवलय होगा
- कण का त्वरण = $\frac{qe}{m}\hat{j}$
- t समय पश्चात् कण का वेग

$= v_0\hat{i} + \frac{qe}{m}(t)\hat{j} = v_0\hat{i} + \frac{qe}{m}t\hat{j}$



- 't' समय पश्चात कण का विस्थापन

$= v_0t\hat{i} + \frac{QE}{2m}t^2\hat{j}$

SOLVED EXAMPLES

Ex:1 $10^{12}\alpha$ – कण प्रति सेकंड एक उदासीन गोले पर गिरते हैं, उस समय की गणना करें जिसमें गोला $2\mu C$ आवेश द्वारा आवेशित किया जाता है ।

(1) 5 sec (2) 2.3 sec
(3) 6.25 sec (4) 3 sec

Sol: t सेकंड में गिरने वाले α– कणों की संख्या = $10^{12}t$

α– कण पर आवेश = +2e,

अतः समय t में उपस्थित आवेश = $(10^{12}t)$-(2e),

दिया गया आवेश 2 μC है

$\therefore\ 2\times 10^{-6} = (10^{12}t).(2e)$

$\Rightarrow\ t = \frac{10^{-18}}{1.6\times10^{-19}} = 6.25$ सेकण्ड

Ex:2 दो कणों पर आवेश q_1 और q_2 है। जब वे कुछ दूरी पर रखे जाते हैं, तो उनके मध्य बल F लगता है। यदि उन कणों के मध्य दूरी आधी कर दी जाये एंव प्रत्येक कण पर आवेश दुगुना कर दिया जाये तो कणों के मध्य बल कितना होगा?

(1) 8F (2) 16F (3) 32F (4) 48 F

Sol: $\because\ F = \frac{kq_1q_2}{r^2}$ यदि $q'_1 = 2q_1$, $q'_2 = 2q_2$, $r' = \frac{\pi}{2}$

तो $F' = \frac{kq'_1q'_2}{r'_2} = \frac{k(2q_1)(2q_2)}{\left(\frac{r}{2}\right)^2}$

$F' = \frac{16kq_1q_2}{r^2}\ \Rightarrow\ F' = 16F$

Ex:3 m द्रव्यमान एवं q_1 आवेश का एक कण, एक दृढ़ आवेश $-q_2$ के चारों ओर r त्रिज्या के वृतीय पथ में चक्कर लगा रहा है। इसकी चाल ज्ञात करो –

(1) $\sqrt{\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 mr}}$ (2) $\sqrt{\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 mr}}$

(3) $\sqrt{\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 mr}}$ (4) $\sqrt{\frac{q_1q_2}{\pi\varepsilon_0 mr}}$

Sol: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2} = mr\omega^2 = \frac{4\pi^2 mr}{T^2}$

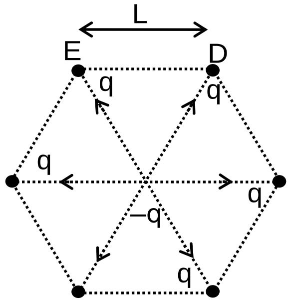
$T^2 = \frac{(4\pi\varepsilon_0)r^2(4\pi^2 mr)}{q_1q_2}$

or $T = 4\pi r\sqrt{\frac{\pi\varepsilon_0 mr}{q_1q_2}}$

और हम यह भी कह सकते हैं $\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{mv^2}{r}$

$\Rightarrow\ v = \sqrt{\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 mr}}$

Ex:4 पाँच बिन्दुवत् आवेश q, L भुजा के समषट्भुज के पाँच शीर्षो पर रखे हैं। षट्भुज के केन्द्र पर रखे –q आवेश पर बल क्या होगा ?



(1) $\frac{kq^2}{L^2}$; OA के अनुदिष (2) $\frac{kq^2}{L^2}$; OC के अनुदिष

(3) $\frac{kq^2}{L^2}$; OB के अनुदिष (4) $\frac{kq^2}{L^2}$; OD के अनुदिष

Sol: चित्र से $\vec{F}_B = -\vec{F}_C$,

$\vec{F}_R = \vec{F}_B + \vec{F}_E + \vec{F}_D + \vec{F}_C + \vec{F}_F$

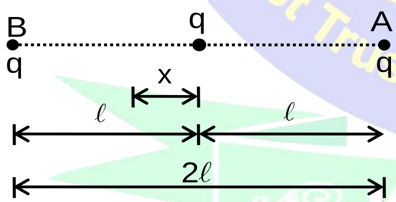
$\vec{F}_R = \vec{F}_D = \frac{kq^2}{L^2}$ OD के अनुदिश

Ex:5 m द्रव्यमान तथा q आवेश का एक कण 2ℓ दूरी पर रखे दो स्थिर आवेशित कणों (प्रत्येक का आवेश q) के मध्य रखा है। यदि कण को थोड़ा सा आवेशो को जोड़ने वाली रेखा के अनुदिश विस्थापित करके छोड़ दें तो वह सरल आवर्त गति करेगा। आवर्त गति में लगने वाला समय ज्ञात करो।

(1) $\pi\sqrt{\frac{m\pi\varepsilon_0\ell^3}{q^2}}$ (2) $2\pi\sqrt{\frac{m\pi\varepsilon_0\ell^3}{q}}$

(3) $2\pi\sqrt{\frac{m\pi\varepsilon_0\ell^3}{q^2}}$ (4) $2\pi\sqrt{\frac{\pi\varepsilon_0\ell^3}{q^2}}$

Sol: माना आवेश q को मध्य बिन्दु से बायीं तरफ विस्थापित करते हैं।



A पर आवेश q के कारण, विस्थापित आवेश q पर बल

$F_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(\ell+x)^2}$

B पर आवेश q के कारण, विस्थापित आवेश q पर बल

$F_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(\ell-x)^2}$

विस्थापित आवेश q पर कुल प्रत्यानयन बल

$F = F_2 - F_1$

$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(\ell-x)^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(\ell+x)^2}$

or $F = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(\ell-x)^2} - \frac{1}{(\ell+x)^2}\right]$

$= \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4\ell x}{(\ell^2-x^2)^2}$

चूंकि $\ell >> x$,

$\therefore$ $F = \frac{q^2\ell x}{\pi\varepsilon_0\ell^4}$ या $F = \frac{q^2x}{\pi\varepsilon_0\ell^3}$

हम देखते हैं कि $F \propto x$ तथा यह विस्थापन के विपरीत है। अतः गति सरल आवर्त गति है।

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

यहाँ $k = \frac{q^2}{\pi\varepsilon_0\ell^3} = 2\pi\sqrt{\frac{m\pi\varepsilon_0\ell^3}{q^2}}$

Ex:6 $\frac{2}{3}$ μC व $\frac{10}{3}$ mC आवेशो के दो आवेशित लोलक साम्यावस्था में है, जब वे 1 m दूरी पर है। यदि लोलक समरूप है तो प्रत्येक लोलक का द्रव्यमान क्या होगा यदि साम्यावस्था में डोरीयों के मध्य कोण 60° है।

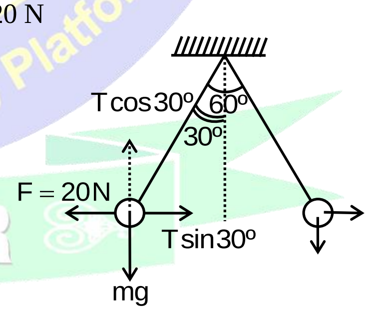
(1) $2\sqrt{3}$ kg (2) $\sqrt{3}$ kg

(3) 2 kg (4) $\sqrt{2}$ kg

Sol: आवेशो के मध्य बल

$F = \frac{(9\times10^9)\left(\frac{2}{3}\times10^{-6}\right)\left(\frac{10}{3}\times10^{-3}\right)}{1^2}$

F = 20 N



संतुलन के लिए

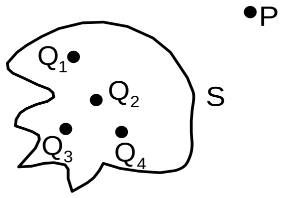
T sin 30° = 20

T cos 30° = mg

$\tan 30° = \frac{20}{mg}$

$\Rightarrow$ $m = 2\sqrt{3}$ Kg

Ex:7 दृढ़ बिन्दु आवेशो के एक निकाय S के कारण एक बिन्दु P पर स्थित –3μC आवेश द्वारा अनुभव किया गया स्थिर वैद्युत बल $\vec{F} = (21\hat{i} + 9\hat{j})\,\mu N$ है।



(i) S के कारण बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र तीव्रता ज्ञात कीजिए।

(1) $\vec{E} = +7\hat{i} - 3\hat{j}$ (2) $\vec{E} = -7\hat{i} - 3\hat{j}$

(3) $\vec{E} = -7\hat{i} + 3\hat{j}$ (4) $\vec{E} = +7\hat{i} + 3\hat{j}$

Sol. $\vec{F} = q\vec{E} \Rightarrow (21\hat{i} + 9\hat{j})\mu N = -3\mu C(\vec{E})$

$\Rightarrow \vec{E} = -7\hat{i} - 3\hat{j}$

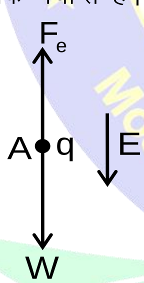
(ii) यदि बिन्दु P से –3μC के आवेश को हटाकर 2μC का आवेश रखा जाए तो 2μC द्वारा अनुभव किया गया बल होगा।

(1) $(+14\hat{i} - 6\hat{j})\mu N$ (2) $(+14\hat{i} + 6\hat{j})\mu N$

(3) $(-14\hat{i} - 6\hat{j})\mu N$ (4) $(-14\hat{i} + 6\hat{j})\mu N$

Sol. **(ii)** $\vec{F}_{2\mu C} = +2(\vec{E}) = 2(-7\hat{i} - 3\hat{j}) = (-14\hat{i} - 6\hat{j})\mu N$

Ex:8 विद्युत क्षेत्र तीव्रता की गणना कीजिए जो –10 μC आवेश व 10 mg द्रव्यमान वाले एक कण के भार को संतुलित करने के लिए ठीक पर्याप्त है। ($g = 10\ ms^2$)



(1) 10 N/C (2) 5 N/C

(3) 15 N/C (4) 20 N/C

Sol: $|\vec{F}_q| = |\vec{W}|$

अर्थात् $|q|E = mg$

अर्थात् $E = \dfrac{mg}{|q|} = 10$ N/C नीचे की दिशा में

Ex:9 B($\sqrt{2}$ m, 0, 1m) बिन्दु पर स्थित –20μC बिन्दु आवेश के कारण बिन्दु A (0, 1m, 2m) पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात कीजिए।

(1) $-22.5 \times 10^3 (-\sqrt{2}\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ N/C

(2) $+22.5 \times 10^3 (-\sqrt{2}\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ N/C

(3) $-22.5 \times 10^3 (+\sqrt{2}\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ N/C

(4) $-22.5 \times 10^3 (-\sqrt{2}\hat{i} - \hat{j} - \hat{k})$ N/C

Sol: $E = \dfrac{KQ}{|\vec{r}|^3}\vec{r}$

$\Rightarrow$ $\vec{r}$ = A का स्थिति सदिश– B का स्थिति सदिश

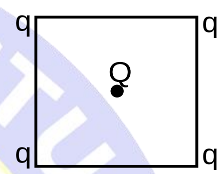
$\vec{r} = \vec{r}_A - \vec{r}_B = (-\sqrt{2}\,\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$

$|\vec{r}| = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (1)^2 + (1)^2} = 2$

$E = \dfrac{9 \times 10^9 \times (-20 \times 10^{-6})}{8} (-\sqrt{2}\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$

$= -22.5 \times 10^3 (-\sqrt{2}\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ N/C

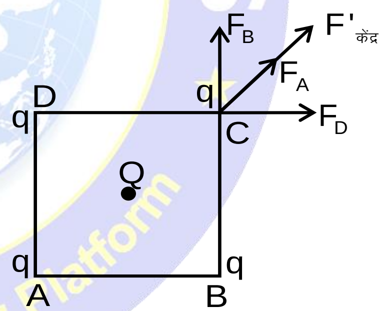
Ex:10 निकाय के साम्यावस्था में होने के लिए Q का मान क्या होगा ?



(1) $+\left[\dfrac{q}{4} + \dfrac{q}{\sqrt{2}}\right]$ (2) $-\left[\dfrac{q}{4} - \dfrac{q}{\sqrt{2}}\right]$

(3) $+\left[\dfrac{q}{4} - \dfrac{q}{\sqrt{2}}\right]$ (4) $-\left[\dfrac{q}{4} + \dfrac{q}{\sqrt{2}}\right]$

Sol: जब आवेश Q केन्द्र पर है, E = 0



अतः किसी आवेश q को साम्यावस्था में होने के लिए Q साम्यावस्था में है।

$F_D = F_B = \dfrac{Kq^2}{a^2}$; $F_A = \dfrac{Kq^2}{2a^2}$,

$F_{केंद्र} = \dfrac{2KQq}{a^2}$

साम्यावस्था के लिए, $= \dfrac{2KQq}{a^2}$

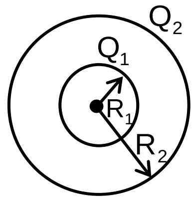
$= -\left(\dfrac{Kq^2}{2a^2} + \sqrt{2}\dfrac{Kq^2}{a^2}\right)$

$\Rightarrow 2Q = -\left(\dfrac{q}{2} + \sqrt{2}q\right)$;

$Q = -\left[\dfrac{q}{4} + \dfrac{q}{\sqrt{2}}\right]$

KHAN GLOBAL STUDIES
Most Trusted Learning Platform
KHAN SIR

Ex:11 R_1 व R_2 त्रिज्या वाले दो संकेन्द्रीय गोलीय कोशों पर क्रमशः आवेश Q_1 व Q_2 है। निम्न स्थितियों में विद्युत क्षेत्र का व्यंजक r के फलन में व्युत्पन्न कीजिये।



(i) $r < R_1$

(ii) $R_1 \le r < R_2$

(iii) $r \ge R_2$

Sol: (i) for $r < R_1$, के लिऐ बिंदु दोनों गोलो के अन्दर है

$E_{कुल} = E_{आन्तरिक} + E_{बाह्य} = 0 + 0$

(ii) $R_1 \le r < R_2$ के लिए बिंदु बाहरी गोले के अन्दर परन्तु अन्दर वाले गोले के बाहर है

$E_{कुल} = E_{आन्तरिक} + E_{बाह्य}$

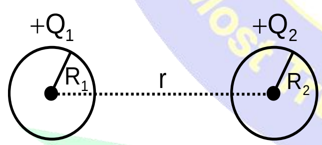
$$= \frac{KQ_1}{r^2}\hat{r} + 0 = \frac{KQ_1}{r^2}\hat{r}$$

(iii) $r \ge R_2$ के लिए बिंदु दोनों गोलो के बाहर है

$$E_{कुल} = E_{आन्तरिक} + E_{बाह्य} = \frac{KQ_1}{r^2}\hat{r} + \frac{KQ_2}{r^2}\hat{r}$$

$$= \frac{K(Q_1 + Q_2)}{r^2}\hat{r}$$

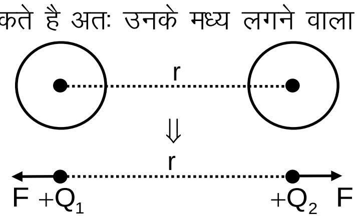
Ex:12 R_1 व R_2 के दो गोलीय कोश, जिन पर समरूप वितरित आवेश क्रमशः Q_1 व Q_2 है तथा इनके केन्द्रों के मध्य दूरी r है, इनके मध्य कार्यरत बल ज्ञात करो।



(1) $\frac{KQ_1^2Q_2}{r^2}$ (2) $\frac{KQ_1Q_2^2}{r^2}$

(3) $\frac{KQ_1Q_2}{r^2}$ (4) Zero

Sol: कोशों को उनके केन्द्र पर स्थित बिन्दु आवेश से प्रतिस्थापित कर सकते है अतः उनके मध्य लगने वाला बल



$$F = \frac{KQ_1Q_2}{r^2}$$

9. विद्युत फ्लक्स (ELECTRIC FLUX (ϕ)) :

विद्युत फ्लक्स किसी सतह से गुजरने वाली विद्युत बल रेखाओं की कुल संख्या है

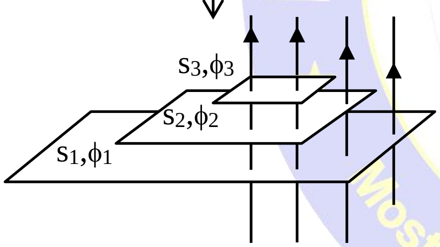
विद्युत फ्लक्स

फ्लक्स की गुणात्मक परिभाषा

यह पृष्ठ से गुजरने वाली विद्युत बल रेखाओं की संख्या को मापता है

यदि पृष्ठ से गुजरने वाली ELF की संख्या ज्यादा है तो फ्लक्स भी ज्यादा होगा।

उदाहरण के लिए :
तो सतह से फ्लक्स
ϕ_1 की सतह के माध्यम से s_1 है
ϕ_2 की सतह के माध्यम से s_2 है
तो ϕ_3 की सतह s_3 है तो



$\phi_1 > \phi_2 > \phi_3$

फ्लक्स की मात्रात्मक परिभाषा → यह विद्युत क्षेत्र और पृष्ठ क्षेत्रफल जिससे EFL से गुजरती है, का बिंदु गुणनफल होता है ($\phi = \vec{E}.d\vec{s}$)

खुली सतह के लिए

$\phi = \int d\phi = \int \vec{E}\cdot d\vec{s}$

$\phi_c = \int d\phi = E\,S\cos\theta$

$\vec{S}$ = पृष्ठ से सदैव लम्बवत और बाहर की ओर होगां

बंद सतह के लिए

$\phi_c = \oint \vec{E}.d\vec{s}$ (फ्लक्स की परिभाषा द्वारा)

$\phi_c = \frac{q_{net}}{\epsilon_0}$ or $4\pi k q_{net}$ (गॉउस का नियम)

$d\vec{S}$ = पृष्ठ से सदैव लम्बवत और बाहर की ओर होगां

फ्लक्स के बारे में महत्वपूर्ण बिंदु
(IMPORTANT FACTS ABOUT FLUX)

(i) यह एक अदिश राशि होती है

(ii) मात्रक (V-m) और N-m²/C, विमा :$[ML^3T^{-3}A^{-1}]$

(iii) बंद सतह में ϕ का मान आवेशों के वितरण व उनके मध्य दूरी पर निर्भर नहीं करता है।

(iv) ϕ का मान निम्न परिस्थितियो में शून्य होता है :

(a) यदि बंद सतह पृष्ठ में एक द्विध्रुव या बहुत सारे द्विध्रुव परिबद्व हो।

(b) यदि बंद सतह पृष्ठ में धनावेश व ऋणावेश का परिमाण बराबर हो।

(c) यदि बंद पृष्ठ में कोई आवेश परिबद्व न हो।

(d) निवेशी फ्लक्स (–ve) = निर्गत फ्लक्स (+ve)

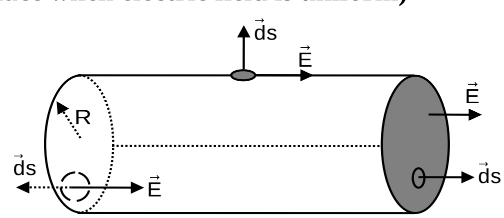
SPOT LIGHT

क्षेत्रफल सदिश : यह एक सदिश है जिसका परिमाण सतह के क्षेत्रफल के बराबर है और दिशा सतह के लम्बवत् है।

9.1 पृष्ठ से सम्बद्ध फ्लक्स के कुछ महत्त्वपूर्ण अनुप्रयोग जब विद्युत क्षेत्र एकसमान हो–

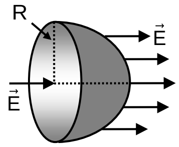
(Some Important application of flux linked with surface when electric field is uniform)

(A)



$\phi_{\text{आंतरिक}} = -\pi R^2 E$ तथा $\phi_{\text{बाह्य}} = \pi R^2 E$ अत:, $\phi_{\text{कुल}} = 0$

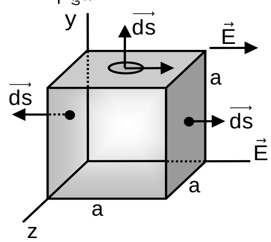
(B)



$\phi_{\text{आंतरिक}} = \phi_{\text{वृत्तीय}} = -\pi R^2 E$ तथा $\phi_{\text{बाह्य}} = \phi_{\text{वक्रीय}} = \pi R^2 E$

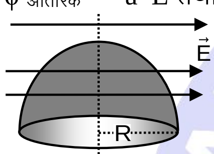
अत: $\phi_{\text{कुल}} = 0$

(C)



$\phi_{\text{आंतरिक}} = -a^2 E$ तथा $\phi_{\text{बाह्य}} = a^2 E$ अत:, $\phi_{\text{कुल}} = 0$

(D)



$\phi_{in} = -\frac{1}{2}\pi R^2 E$ तथा $\phi_{\text{बाह्य}} = \frac{1}{2}\pi R^2 E$ अत:, $\phi_{\text{कुल}} = 0$

DETECTIVE MIND

एक समान विद्युत क्षेत्र में किसी भी बंद सतह से सम्बद्ध विद्युत फ्लक्स हमेशा शून्य होता है।

10. गॉउस प्रमेय (GAUSS THEOREM)

एक बंद पृष्ठ से सम्बद्ध कुल फ्लक्स, बंद पृष्ठ (गॉउसीयन सतह) द्वारा परिबद्ध आवेश का $\frac{1}{\epsilon_0}$ गुना होता है।

अर्थात् $\oint \vec{E}.\vec{ds} = \frac{q}{\epsilon_0}$, $\boxed{\phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}}$, q = कुल संग्रहित आवेश,

ε_0 = विद्युत स्थिरांक

DETECTIVE MIND

गाउस का नियम सममित आवेश वितरण कि गणना करने के लिए उपयुक्त है और व्युत्क्रम वर्ग नियम का पालन करने वाले सभी सदिश क्षेत्रों के लिए लागू होता है।

10.1 गॉउसीयन पृष्ठ (Gaussian surface)

(i) काल्पनिक पृष्ठ है।

(ii) बिन्दु आवेश, चालक और अचालक गोले के लिए गोलीय पृष्ठ होता है।

(iii) आवेशित अनंत पट्टिका, चालक आवेशित पृष्ठ, अनन्त रेखीय आवेश, बेलनाकार आवेशित चालक इत्यादि के लिए बेलनाकार पृष्ठ होता है।

Note: (i) गॉउसीय पृष्ठ से गुजरने वाला फ्लक्स इसकी आकृति पर निर्भर नहीं करता है।

(ii) गॉउसीय पृष्ठ से गुजरने वाला फ्लक्स केवल पृष्ठ के अन्दर कुल आवेश पर निर्भर करता है।

(iii) गॉउसीय पृष्ठ से गुजरने वाला फ्लक्स गॉउसीय पृष्ठ के अंदर आवेश की स्थिति पर निर्भर नहीं करता है।

(iv) गॉउसीय पृष्ठ पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता गॉउसीय पृष्ठ के अंदर तथा बाहर उपस्थित सभी आवेशों के कारण होती है।

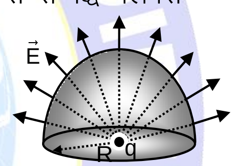
(v) किसी बन्द पृष्ठ में आने वाले (निवेशी) फ्लक्स को ऋणात्मक और बाहर जाने वाले (निर्गत) फ्लक्स को धनात्मक माना जाता है। क्योंकि बाहर की दिशा धनात्मक लिया जाता है।

(vi) किसी गॉउसीय पृष्ठ में $\phi = 0$ का अर्थ यह नहीं है कि प्रत्येक बिन्दु पर $E = 0$ है लेकिन प्रत्येक बिन्दु पर $E = 0$ का अर्थ $\phi = 0$ होता है।

10.2 सममितता के उपयोग से गणना (Calculation of using symmetry)

(1) गोले के केन्द्र पर स्थित आवेश

(a) अर्द्धगोले से सम्बद्ध फ्लक्स



$$E = \frac{kq}{R^2},\ \phi = 2\pi R^2 \times \frac{q}{4\pi \in_0 R^2} = \frac{q}{2\in_0}$$

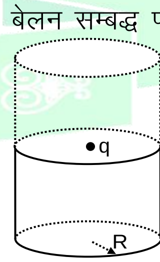
नोट : यहां विद्युत क्षेत्र त्रिज्यीय है

(b) सम्पूर्ण गोले से सम्बद्ध फ्लक्स

$\phi_{\text{कुल}} = \frac{q}{\varepsilon_0}$

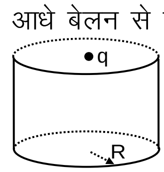
(2) बेलन के केन्द्र पर स्थित आवेश

(a) सम्पूर्ण बेलन सम्बद्ध फ्लक्स



$\phi_{\text{कुल}} = \frac{q}{\varepsilon_0}$

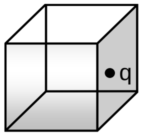
(b) आधे बेलन से सम्बद्ध फ्लक्स



$\phi_{\text{बेलन}} = \frac{q}{2\varepsilon_0}$

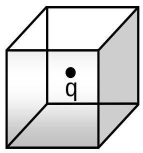
(3) एक घन में स्थित आवेश द्वारा

(i) एक घन के किसी एक फलक पर उपस्थित आवेश द्वारा



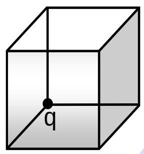
$$\phi_{\text{घन}} = \frac{q}{2\varepsilon_0}$$

(ii) केन्द्र पर स्थित आवेश द्वारा



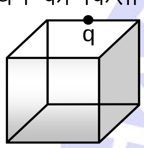
$$\phi_{\text{कुल}} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

(iii) किसी एक कोने पर स्थित आवेश द्वारा



$$\phi = \frac{q}{8\varepsilon_0}$$

(iv) आवेश घन की किसी एक भुजा पर स्थित हो



$$\phi = \frac{q}{4\varepsilon_0}$$

11. विद्युत क्षेत्र की गणना (गॉउस के नियम के अनुप्रयोग) (CALCULATION OF ELECTRIC FIELD (APPLICATION OF GAUSS LAW)):

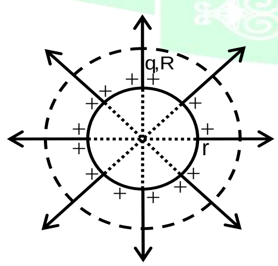
गॉउस प्रमेय से हम कह सकते है कि

$$\oint \vec{E}.d\vec{s} = \phi_{\text{कुल}} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

11.1 एकसमान रूप से आवेशित गोलीय कोश के कारण विद्युत क्षेत्र E :

(A) गोले के बाहर विद्युत क्षेत्र

हम जानते है कि कोश के कारण विद्युत क्षेत्र, बाहर की ओर त्रिज्यीय होगा । इसलिये हम एक गोलीय गॉउसीयन सतह का चयन करते है। गॉउस प्रमेय का इस गॉउसीयन सतह के लिये उपयोग करने पर



$$\Rightarrow \int \vec{E}\,d\vec{s} = \phi_{\text{कुल}} = \frac{q_{\text{अंदर}}}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \int Eds\cos 0° = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E\,(4\pi r^2) = \frac{q_{\text{आंतरिक}}}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \quad E_{\text{बाह्य}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r^2} = \frac{kq}{r^2} \Rightarrow E_{\text{बाह्य}} \propto \frac{1}{r^2}$$

(B) गोलीय कोश के अन्दर विद्युत क्षेत्र (At Interior Point):

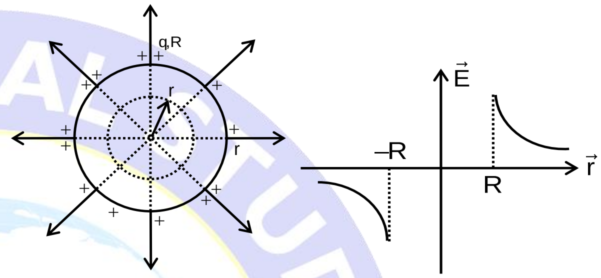
कोश के अन्दर गोलीय गॉउसीयन सतह का चयन करते है और इस सतह के लिये प्रमेय का उपयोग करने पर

$$\int \vec{E}.d\vec{s} = \phi_{\text{कुल}} = \frac{q_{\text{अंदर}}}{\varepsilon_0} = 0$$

अत : $\vec{E}$ और $d\vec{s}$ is के बीच कोण 0° होगा

$$\vec{E}d\vec{s} = E(4\pi r^2) = 0$$

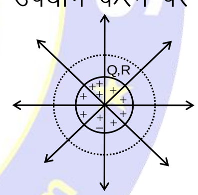
$$E_{\text{आंतरिक}} = 0$$



11.2 ठोस गोले के कारण विद्युत क्षेत्र (जो समरूप वितरित आवेश Q व त्रिज्या R रखता है) :

(A) गोले के बाहर विद्युत क्षेत्र (At Exterior Point):

विद्युत क्षेत्र की दिशा त्रिज्यीय बाहर की ओर होती है। अतः हम एक गोलीय गॉउसीयन सतह का चयन करते है, और गॉउस प्रमेय का उपयोग करने पर



$$\int \vec{E}.d\vec{s} = \phi_{\text{कुल}} = \frac{q_{\text{आंतरिक}}}{\varepsilon_o} = \frac{Q}{\varepsilon_o}$$

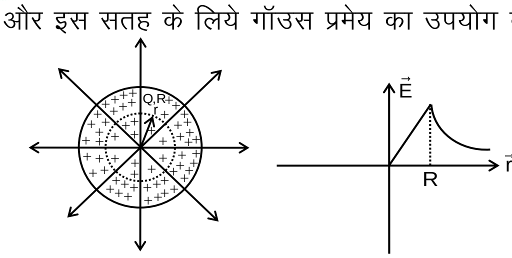
अत : इसके के बीच का कोण 0° होगा

$$\vec{E}.d\vec{s} = E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\varepsilon_0};$$

$$E_{\text{बाह्य}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o r^2} = \frac{kQ}{r^2} \Rightarrow E_{\text{बाह्य}} \propto \frac{1}{r^2}$$

(B) ठोस गोले के अन्दर विद्युत क्षेत्र (At interior point):

ठोस गोले के अन्दर गॉउसीयन सतह का चयन करते है। और इस सतह के लिये गॉउस प्रमेय का उपयोग करने पर



KHAN GLOBAL STUDIES
Most Trusted Learning Platform
KHAN SIR

$$\oint \vec{E}.\vec{ds} = \phi_{कुल} = \frac{Q_{आंतरिक}}{\varepsilon_0} = \frac{\dfrac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \times \frac{4}{3}\pi r^3}{\varepsilon_0} = \frac{Qr^3}{\varepsilon_o R^3}$$

$$E = \frac{Qr}{4\pi\varepsilon_o R^3} \qquad \Rightarrow E_{आंतरिक} = \frac{kQ}{R^3} r$$

$$\Rightarrow \quad E \propto r$$

11.3 अनन्त लम्बे आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र (रेखीय आवेश घनत्व λ से समरूप वितरित आवेश) :

अनन्त तार के द्वारा विद्युत क्षेत्र त्रिज्यीय है अतः चित्रानुसार हम एक बेलनाकार गॉउसीयन पृष्ठ का चयन करते है।

$$\phi_{net} = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3$$

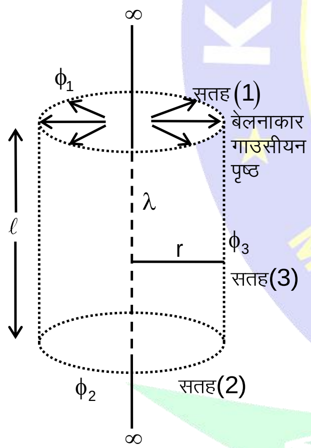
$$\because \quad \phi_1 = \phi_2 = 0 (\theta = 90°)$$

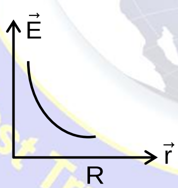
$$\phi_3 = \frac{q_{in}}{\varepsilon_o} = \frac{\lambda \ell}{\varepsilon_o}$$

$$\phi_3 = \int \vec{E}.\vec{ds} = \int E\, ds \cos\theta = E \int ds = E(2\pi r \ell)$$

$$\Rightarrow \quad E\,(2\pi r\ell) = \frac{\lambda\ell}{\varepsilon_o} \Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o r} = \frac{2k\lambda}{r} \propto \frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow \quad E \propto \frac{1}{r}$$



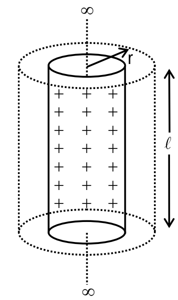


11.4 अनन्त लम्बी आवेशित नलिका के कारण विद्युत क्षेत्र (R त्रिज्या तथा समरूप पृष्ठीय आवेश घनत्व σ वाली):

(A) नलिका के बाहर E : एक बेलनाकार गॉउसीयन पृष्ठ का चयन करते है तथा गॉउस प्रमेय का उपयोग करने पर

$$\phi_{कुल} = \frac{q_{अन्दर}}{\varepsilon_o} = \frac{\sigma 2\pi R \ell}{\varepsilon_o}$$

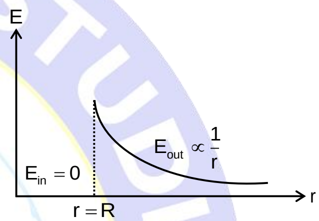
$$\Rightarrow E_{बाहर} \times 2\pi r\ell = \frac{\sigma 2\pi R\ell}{\varepsilon_o} \qquad \Rightarrow E = \frac{\sigma R}{r\varepsilon_o} \propto \frac{1}{r}$$



(B) नलिका के अन्दर E : नलिका के अन्दर बेलनाकार गॉउसीयन पृष्ठ का चयन करते है तथा गॉउस प्रमेय उपयोग करने पर

$$\phi_{कुल} = \frac{q_{अन्दर}}{\varepsilon_o} = 0$$

$$\Rightarrow \quad E_{अन्दर} = 0$$

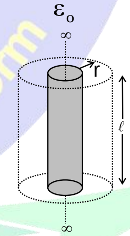


11.5 R त्रिज्या के अनंत लम्बाई के ठोस बेलन के कारण विद्युत क्षेत्र (आयतन में आवेश समरूप वितरित हैं (ρ आवेश घनत्व)):

(A) बाहर स्थित बिन्दु के लिये E (at outside point):-

एक बेलनाकार गॉउसीयन सतह का चयन करते है गॉउस प्रमेय का उपयोग करने पर

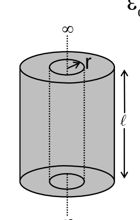
$$E \times 2\pi r\ell = \frac{q_{अन्दर}}{\varepsilon_o} = \frac{\rho \times \pi R^2 \ell}{\varepsilon_o} \Rightarrow E_{बाह्य} = \frac{\rho R^2}{2r\varepsilon_o}$$

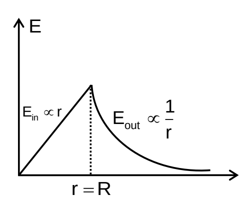


(B) अन्दर स्थित बिन्दु पर E (E at inside point) :

ठोस बेलन के अन्दर बेलनाकार गॉउसीयन पृष्ठ का चयन करते है और गॉउस प्रमेय का उपयोग करने पर

$$E \times 2\pi r\ell = \frac{q_{अन्दर}}{\varepsilon_o} == \frac{\rho \times \pi r^2 \ell}{\varepsilon_o} \Rightarrow E_{अंदर} = \frac{\rho r}{2\varepsilon_o}$$





11.6 समरूप आवेशित अनन्त आकार की चालक एवं अचालक पट्टिका के कारण विद्युत क्षेत्र (Electric field due to conducting and non conducting uniformaly charge infinite sheets) :

KHAN GLOBAL STUDIES
Most Trusted Learning Platform
KHAN SIR

माना Q आवेश दिया है

चालक प्लेट | अचालक प्लेट

दोनों स्थिति में विद्युत क्षेत्र $E = \frac{Q}{2A\varepsilon_0}$

$E = \frac{\sigma_{चालक}}{\varepsilon_0}$ | $E = \frac{\sigma_{अचालक}}{2\varepsilon_0}$

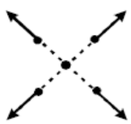
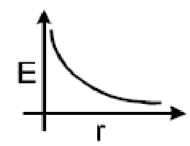
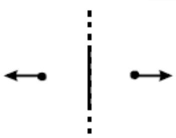
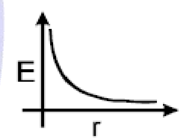
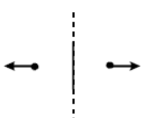
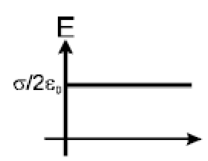
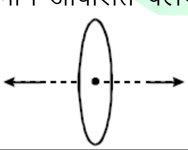
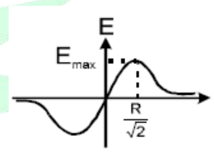
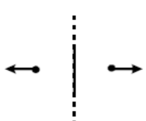
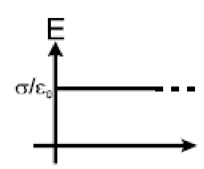
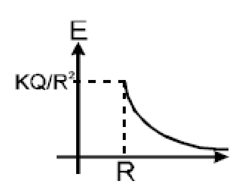
जहाँ $\sigma_{चालक} = \frac{Q}{2A}$

क्योंकि Q '2A' क्षेत्रफल में वितरित है

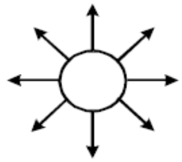
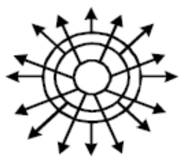
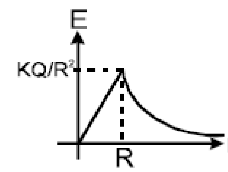
जहाँ $\sigma_{अचालक} = \frac{Q}{A}$

क्योंकि Q 'A' क्षेत्रफल में वितरित है

आवेश वितरण के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता की सूची सूत्र

Name/Type(नाम/प्रकार)	Formula (सूत्र)	Note	Graph (ग्राफ)
बिन्दु आवेश (Point charge) 	$\vec{E} = \frac{KQ}{\lvert\vec{r}\rvert^2}.\hat{r}$	• q एक स्रोत आवेश है। • $\vec{r}$ = स्रोत आवेश से परिक्षण की ओर स्थिति सदिश +q आवेश → बाहर की ओर –q आवेश → अन्दर की ओर	
अनन्त लम्बाई का रेखीय आवेश 	$\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{r} = \frac{2K\lambda\hat{r}}{r}$	• q एक रेखीय आवेश धनत्व • r रेखीय आवेश से लम्बवत् दूरी है • परिक्षण आवेश से त्रिज्यीय इकाई सदिश दर्शाया गया है।	
अनन्त लम्बाई की कुचालक पतली शीट (पट्टिका) 	$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{n}$	• σ पृष्ठीय आवेश धनत्व • n = इकाई लम्बवत् सदिश है। • विद्युत क्षेत्र अक्ष के अनुदिश है।	
एक समान आवेशित वलय 	$E = \frac{KQx}{\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}}$ $E_{केंद्र} = 0$	• Q वलय का कुल आवेश है। • x = वलय के केन्द्र से अक्ष पर बिन्दु की दुरी • विद्युत क्षेत्र अक्ष के अनुदिश है।	
अनन्त लम्बाई की ओवेशित चालक पट्टिका 	$\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{n}$	• σ पृष्ठीय आवेश धनत्व • $\hat{n}$ इकाई सदिश है जो सतह के लम्बवत् है।	
एकसमान आवेशित खोखली चालक/कुचालक/ठोस चालक गोला	(i) r ≥ R के लिए $\vec{E} = \frac{kQ}{\lvert\vec{r}\rvert^2}\hat{r}$ (ii) r < R के लिए E = 0	• R गोले की त्रिज्या है। • $\vec{r}$ गोले के केन्द्र से स्थिति सदिश है।	

KHAN GLOBAL STUDIES Most Trusted Learning Platform KHAN SIR

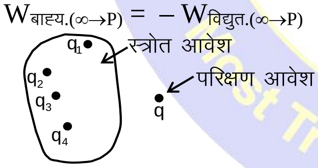
		• गोला बिन्दु आवेश की तरह व्यवहार करेगा। जब बिन्दु गोले के बाहर हो। • $\vec{E}$ सदैव त्रिज्जीय दिशा में है। • Q कुल आवेश (= $\sigma 4\pi R^2$). (σ= पृष्ठीय आवेश धनत्व)	
एकसमान आवेशित ठोस कुचालक गोला 	(i) $r \geq R$ के लिए $\vec{E} = \frac{kQ}{\|\vec{r}\|^2}\hat{r}$ (ii) $r \leq R$ के लिए $\vec{E} = \frac{kQ}{R^3}\vec{r}$	• $\vec{r}$ गोले के केन्द्र से स्थिति सदिश है। • गोला बिन्दु आवेश की तरह व्यवहार करेगा। जब बिन्दु गोले के बाहर हो। • $\vec{E}$ सदैव त्रिज्जीय दिशा में है। • Q कुल आवेश ($\rho . \frac{4}{3}\pi R^3$). ($\rho$ =आयतन आवेश धनत्व) • गोले के अन्दर $E \propto r$. • गोले के बाहर $E \propto 1/r^2$.	

12. स्थिरवैद्युतिकी स्थितिज ऊर्जा (ELECTROSTATIC POTENTIAL ENERGY) :

12.1 अनेक आवेशों के कारण किसी बिन्दु आवेश की विद्युत स्थितिज ऊर्जा :

विद्युत क्षेत्र मे किसी बिन्दु पर एक बिन्दु आवेश की स्थितिज ऊर्जा, आवेश को त्वरित किये बिना (KE को नियत रखते हुए या $K_i = K_f$) निर्देश बिन्दु (अनन्त पर) से उस बिन्दु तक ले जाने मे किये गये कार्य के बराबर होता है। इसका गणितीय सूत्र है।

$$U = W_{\text{बाह्य.}(\infty \to P)} = -W_{\text{विद्युत.}(\infty \to P)}$$



यहां q वह आवेश है जिसकी वैद्युत स्थितिज ऊर्जा ज्ञात करनी है तथा V आवेश q की स्थिति पर स्रोत आवेशों के कारण विद्युत विभव है।

Note : q व V को चिन्ह सहित लिखें।

Properties : (गुणधर्म) :

(i) वैद्युत स्थितिज ऊर्जा एक अदिश राशि है। किन्तु यह धनात्मक,ऋणात्मक या शून्य हो सकती है।

(ii) इसका मात्रक कार्य या ऊर्जा के मात्रक के समान होता है अर्थात् जूल (S.I. पद्वति) होता है।
कई बार ऊर्जा इलेक्ट्रॉन–वोल्ट में दी जाती है।
$1eV = 1.6 \times 10^{-19}$ J

(iii) वैद्युत स्थितिज ऊर्जा निर्देश बिन्दु पर निर्भर करती है। (सामान्यत: $r = \infty$ पर स्थितिज ऊर्जा शून्य मानी जाती है।)

13. आवेशो के निकाय की स्थिर वैद्युत स्थितिज ऊर्जा (ELECTROSTATIC POTENTIAL ENERGY OF A SYSTEM OF CHARGES)

(इसका उपयोग तब किया जायेगा जब एक से अधिक आवेश गति करते है)

यह आवेशों के एक निकाय को अनन्त पृथक्करण से किसी एक विशेष विन्यास मे लाने के लिए आन्तरिक विद्युत क्षेत्र के विरूद्ध बाह्य कारक के द्वारा किये गये कार्य के बराबर होता है।

13.1 आवेशों के निकाय के प्रकार (Types of system of charge)

(i) बिन्दु आवेश निकाय (ii) सतत् आवेशित निकाय

13.2 बिन्दु आवेषो के निकाय से अवकलन (Derivation for a system of point charges):

(a) सभी आवेशों को अनन्त पर रखें। अब एक–एक करके आवेशों को इनकी स्थिति पर लाते है और आवश्यक कार्य ज्ञात करते है। निकाय की स्थितिज ऊर्जा सभी कार्यो के बीजगणितीय योग के बराबर होती है।

W_1 = प्रथम आवेश को लाने मे किया गया कार्य

W_2 = प्रथम आवेश के कारण बल के विरूद्ध द्वितीय आवेश को लाने में किया गया कार्य

W_3 = प्रथम व द्वितीय आवेशों के कारण बल के विरूद्ध तृतीय आवेश को लाने में किया गया कार्य

$PE = W_1 + W_2 + W_3 + \ldots\ldots$

(इसमें $\frac{n(n-1)}{2} = {}^nC_2$ पद है।)

(b) गणना विधि (प्रश्नों में प्रयोग के लिए)

U = आवेशो की अन्योन्य ऊर्जाओं का योग

$= (U_{12} + U_{13} + \ldots\ldots + U_{1n}) + (U_{23} + U_{24} + \ldots\ldots + U_{2n}) + (U_{34} + U_{35} + \ldots\ldots + U_{3n}) \ldots .$

(c) सममित आवेश वितरणों के लिए गणना विधि →
प्रत्येक आवेश की अन्य आवेशों के कारण PE ज्ञात किजिए

यदि U_1 = प्रथम आवेश की अन्य समस्त आवेशों के कारण $PE = (U_{12} + U_{13} + \ldots\ldots + U_{1n})$

U_2 = द्वितीय आवेश की अन्य समस्त आवेशों के कारण PE = $(U_{21} + U_{23} + ... + U_{2n})$

तब U = निकाय की PE = $\dfrac{U_1 + U_2 + U_n}{2}$

13.3 सतत् आवेशित निकाय के लिये विद्युत स्थितिज ऊर्जा की व्युत्पत्ति :

इस ऊर्जा को स्वः ऊर्जा (self energy) भी कहते है।

(i) समान आवेशित गोलीय कोश के लिए स्वः ऊर्जाः

$$U_{\text{स्वयं}} = \frac{KQ^2}{2R}$$

(ii) समरूप आवेशित ठोस गोले के कारण स्व ऊर्जा: ठोस गोले के लिए $U_{\text{स्वयं}} = \dfrac{3}{5}\dfrac{KQ^2}{R}$

ऊर्जा घनत्व :

परिभाषा : किसी विद्युत क्षेत्र में एकांक आयतन में निहित ऊर्जा को ऊर्जा घनत्व कहते है। इसका गणितीय सूत्र निम्न है।

ऊर्जा घनत्व $= \dfrac{1}{2}\varepsilon_m E^2$

जहां E = उस बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$\varepsilon_m = \varepsilon_0\varepsilon_r$ = माध्यम की विद्युतशीलता

14. विद्युत विभव (ELECTRIC POTENTIAL) :

स्थिर विद्युत क्षेत्र में किसी बिन्दु पर विद्युत विभव (आवेश स्त्रोतों के कारण), एकांक धन आवेश को निर्देश बिन्दु (साधारणतया अनन्त पर माना जाता है) से उस बिन्दु तक, बिना त्वरित किए लाने में बाहय बलों द्वारा किया गया कार्य, उस बिन्दु का विद्युत विभव कहलाता है।

या

किसी बिन्दु पर विद्युत विभव निर्देश बिन्दु (अनन्त) से उस बिन्दु तक इकाई धनावेश को ले जाने में विद्युत क्षेत्र द्वारा किये गये कार्य के ऋणात्मक के बराबर भी होता है।

गणितीय निरूपण (Mathematical representation) :

यदि किसी बिन्दु आवेश q को अनन्त से P बिन्दु तक ले जाने में आवश्यक कार्य $(W_{\infty \to P})_{\text{बाहय}}$ हो तो बिन्दु P पर विद्युत विभव है।

$$V_p = \left.\frac{(W_{\infty\to P})_{ext}}{q}\right|_{\Delta K = 0} = \frac{-W_{ele(\infty\to p)}}{q}$$

$$= \frac{\Delta U}{q} = \frac{U_p - U_\infty}{q} = \frac{U_p}{q}$$

U स्थितिज ऊर्जा है।

$(W_{\infty \to P})_{\text{बाहय}}$ को स्त्रोत आवेशों द्वारा उत्पन्न विद्युत क्षेत्र के विरूद्ध बाहय कारक द्वारा किया गया कार्य भी कहा जा सकता है।

14.1 गुणधर्म : (Properties) :

(i) विभव एक अदिश राशि है, इसका मान धनात्मक, ऋणात्मक या शून्य हो सकता है।

(ii) विभव का S.I. मात्रक वोल्ट $= \dfrac{\text{जूल}}{\text{कूलॉम}}$ है तथा इसका विमीय सूत्र $[M^1L^2T^{-3}A^{-1}]$ है।

(iii) एक धनावेश के कारण विभव सदैव धनात्मक तथा ऋणावेश के कारण सदैव ऋणात्मक (अनन्त पर छोड़कर) होता है। ($v_\infty = 0$ लेते हुये).

(iv) विद्युत क्षेत्र की दिशा में विभव घटता है।

(v) $V = V_1 + V_2 + V_3 + ...$

(vii) निर्देश बिन्दु पर विभव शून्य हो भी सकता है और नही भी हो सकता।

14.2 विभव के उपयोग :

यदि किसी बिन्दु पर हमें विभव ज्ञात हो (अंकिक मान या सूत्र के रूप में) तो हम निम्न सूत्र द्वारा q आवेश को 'P' बिन्दु से अनन्त तक ले जाने में विद्युत बल द्वारा किया गया कार्य ज्ञात कर सकते है। $(W_{ele})_{P\to\infty} = qV_P$

14.3 बिन्दु आवेश के कारण विभव (Potential due to a point charge) :

$$V = \frac{W_{ext(\infty\to p)}}{q_o} = \frac{-\int_\infty^r (q_0\vec{E})\cdot d\vec{r}}{q_o} = -\int_\infty^r \vec{E}\cdot d\vec{r}$$

$$\Rightarrow \quad V = -\int_\infty^r \frac{KQ}{r^2}(-dr)\cos 180^\circ = \frac{KQ}{r}$$

14.4 वलय के कारण विभव (Potential due to a ring) :

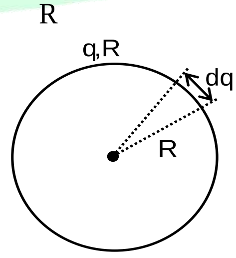
(A) समान और असमान आवेशित वलय के केन्द्र पर विभव :

छोटे अवयव dq के कारण विभव

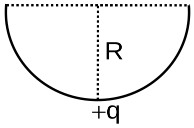
$$dV = \frac{Kdq}{R}$$

$$\Rightarrow \quad \text{कुल विभव } V = \int \frac{Kdq}{R}$$

$$V = \frac{K}{R}\int dq = \frac{Kq}{R}$$



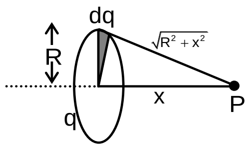
(B) आधी वलय के केन्द्र पर विभव

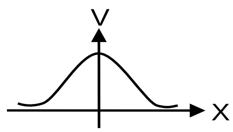


$$V = \frac{Kq}{R}$$

(C) वलय के अक्ष पर विभव:

$$V = \frac{Kq}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$





14.5 समरूप आवेशित गोलीय कोश के कारण विभव :

जैसा कि हम जानते है : $V = -\int_{r\to\infty}^{r=r} \vec{E}\cdot d\vec{r}$

(A) बाहर स्थित बिन्दु के लिये (r ≥ R) (At outside point (r > R) :

$$V_{out} = -\int_{r\to\infty}^{r=r} \left(\frac{KQ}{r^2}\right) dr \Rightarrow \quad V_{out} = \frac{KQ}{r}$$

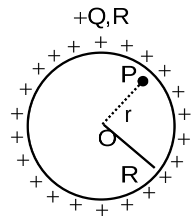
बाहर स्थित बिन्दु के लिये खोखला गोला, एक बिन्दु आवेश की तरह कार्य करता है।

(B) गोले के अन्दर स्थित बिन्दु पर विभव (r < R) (Potential at inside point (r<R) :

माना हमें गोले के अन्दर स्थित बिन्दु P पर विभव ज्ञात करना है।

P और O के मध्य विभवान्तर :

$$V_P - V_O = -\int_O^P \vec{E}_{in}\cdot d\vec{r} \text{ जहाँ } E_{in} = 0$$



अत: $V_P - V_O = 0$

$$\Rightarrow V_P = V_O = \frac{KQ}{R}$$

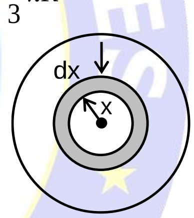
$$\Rightarrow V_{In} = \frac{KQ}{R} = \frac{KQ}{(\text{गोले की त्रिज्या})}$$

14.6 समरूप अचालक आवेशित ठोस गोले के कारण विभव:

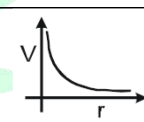
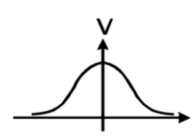
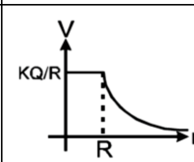
- for $r \geq R$ (बाह्य) $V = \frac{KQ}{r}$
- for $r \leq R$ (आन्तरिक)

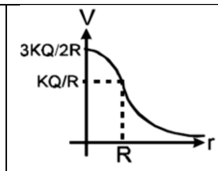
$$V = \frac{KQ}{2R^3}(3R^2 - r^2)$$

$$\Rightarrow \text{ यहाँ } \rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$



विभिन्न आवेश वितरण के कारण विद्युत विभव का सूची सूत्र

नाम/प्रकार Name/Type	(सूत्र) Formula	Note	(ग्राफ)Graph
बिन्दु आवेश (Point charge)	$\frac{Kq}{r}$	• q = स्रोत आवेश • r = बिन्दु आवेश से बिन्दु की दूरी	
वलय (एकसमान/असमान आवेश वितरण)	केन्द्र पर $\frac{KQ}{R}$ अक्ष पर $\frac{KQ}{\sqrt{R^2+x^2}}$	• Q = स्रोत आवेश • x = अक्ष पर बिन्दु की दुरी	
एकसमान आवेशित खोखला चालक/कुचालक/ठोस चालक गोला	$r \geq R$ के लिए $V = \frac{kQ}{r}$ $r \leq R$ V के लिए $= \frac{kQ}{R}$	• R गोले की त्रिज्या है। • r गोले के केन्द्र व बिन्दु की दूरी • Q कुल आवेश = $\sigma 4\pi R^2$.	
एकसमान आवेशित ठोस कुचालक गोला	$r \geq R$ के लिए $V = \frac{kQ}{r}$	• R गोले की त्रिज्या है। • r बिन्दु के केन्द्र से दूरी	

	$r \le R$ के लिए $\dfrac{KQ\left(3R^2 - r^2\right)}{2R^3}$ $= \dfrac{\rho}{6\varepsilon_0}\left(3R^2 - r^2\right)$	• $V_{\text{केन्द्र}} = \dfrac{3}{2}V_{\text{सतह}}$ • Q कुल आवेश = $\rho\dfrac{4}{3}\pi R^3$ • गोले के अन्दर विभव परवलयकार रूप से बदलता है। • गोले के बाहर विभव अतिपरवलयकार रूप से बदलता है।	
अनन्त लम्बाई का रेखीय आवेश	अनिर्धारित	• विभव अनिर्धारित है। • दो बिन्दु के बीच विभवान्तर $V_B - V_A = -2K\lambda \ln(r_B/r_A)$	
अनन्त लम्बाई की कुचालक पतली शीट (पट्टिका)	अनिर्धारित	• विभव अनिर्धारित है। • दो बिन्दु के बीच विभवान्तर $V_B - V_A = -\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}(r_B - r_A)$	
अनन्त लम्बाई की ओवेशित चालक पतली पट्टिका	अनिर्धारित	• विभव अनिर्धारित है। • दो बिन्दु के बीच विभवान्तर $V_B - V_A = -\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}(r_B - r_A)$	

15. विभवान्तर (POTENTIAL DIFFERENCE) :

दो बिन्दुओं A व B के बीच विभवान्तर, एक इकाई धनावेश को A से B तक बिना त्वरण के (या KE नियत रखते हुए या $K_i = K_f$) विद्युत क्षेत्र के विरूद्ध बाह्य कारक द्वारा ले जाने में किए गए कार्य के बराबर होता है।

➤ **गणितीय निरूपण (Mathematical representation) :**

यदि $(W_{A\to B})_{\text{बाह्य}}$ = एक इकाई धनावेश q को A से B तक विद्युत क्षेत्र के विरूद्ध ले जाने मे बाह्य कारक द्वारा किया गया कार्य हो तो

$$V_B - V_A = \left.\frac{W_{ext(A\to B)}}{q}\right)_{\Delta K=0} = \frac{-W_{elec(A\to B)}}{q}$$

$$= \frac{U_B - U_A}{q} = \frac{-\int_A^B \vec{F}_e.d\vec{r}}{q} = -\int_A^B \vec{E}.d\vec{r}$$

नोट : W व q दोनों को चिन्ह सहित लिखें।

15.1 गुणधर्म (Properties) :

(i) दो बिन्दुओं के बीच विभव का अन्तर विभवान्तर कहलाता है। इसे वोल्टता भी कहते है।

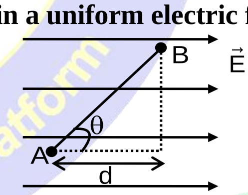
(ii) विभवान्तर एक अदिश राशि है। इसका मात्रक वोल्ट है।

(iii) यदि V_A व V_B दो बिन्दुओं A व B के विभव है तो आवेश q को बाह्य कारक द्वारा A से B तक ले जाने में किया गया कार्य है।

$(W_{\text{बाह्य}})_{AB} = q(V_B - V_A)$ या $(W_{\text{क्षेत्र}})_{AB} = q(V_A - V_B)$.

(iv) दो बिन्दुओं के बीच विभवान्तर निर्देश बिन्दु पर निर्भर नहीं करता है।

15.2 एक समान विद्युत क्षेत्र में विभवान्तर (Potential difference in a uniform electric field) :



$V_B - V_A = -\vec{E}\cdot\vec{AB}$

$\Rightarrow V_B - V_A = -|E|\,|AB|\cos\theta$

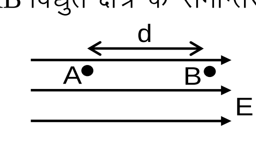
$= -|E|\,d = -Ed$

d = विद्युत क्षेत्र के अनुदिश A व B के बीच प्रभावी दूरी।

हम यह भी कह सकते है $E = \dfrac{\Delta V}{\Delta d}$

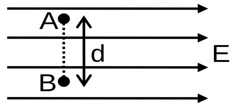
विशेष स्थितिया :

स्थिति 1. रेखा AB विद्युत क्षेत्र के समान्तर है।



$\therefore V_A - V_B = Ed$

स्थिति 2. रेखा AB विद्युत क्षेत्र के लम्बवत् है।

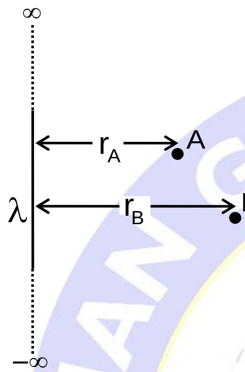


$\therefore \quad V_A - V_B = 0$

$\Rightarrow \quad V_A = V_B$

DETECTIVE MIND
विद्युत क्षेत्र की दिषा मे विभव सदैव घटता है।

15.3 अनन्त लम्बाई के तार के कारण विभवान्तर:



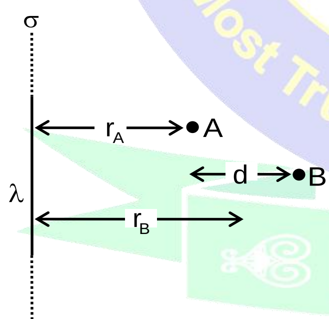
$\theta = \vec{E}\ \&\ \vec{dr}$ के मध्य कोण $= 0$

$V_{AB} = V_B - V_A$

$$= -\int_{r_A}^{r_B} \vec{E}\cdot\vec{dr} = -\int_{r_A}^{r_B} \frac{2K\lambda}{r}\hat{r}\cdot\vec{dr}$$

$$\Rightarrow \quad V_{AB} = -2K\lambda \ell n\left(\frac{r_B}{r_A}\right)$$

15.4 अनन्त लम्बी पतली परत के कारण विभवान्तर :



$$V_{BA} = V_B - V_A = -\int_{r_A}^{r_B} \vec{E}\cdot\vec{dr} = -\int_{r_A}^{r_B} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{r}\cdot\vec{dr}$$

$$\Rightarrow \quad V_{BA} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(r_B - r_A) = -\frac{\sigma d}{2\varepsilon_0}$$

16. समविभव पृष्ठ (EQUIPOTENTIAL SURFACE) :

यदि सम्पूर्ण पृष्ठ (काल्पनिक या वास्तविक) पर विभव एक समान है तो ऐसे पृष्ठ को समविभव पृष्ठ कहते है।

16.1 समविभव पृष्ठ के गुणधर्म :

(i) जब समविभव पृष्ठ पर किसी आवेश को एक बिन्दु से दूसरे बिन्दु तक विस्थापित किया जाता है तो स्थिर वैद्युत बल के विरूद्ध किया गया कार्य शून्य होता है।

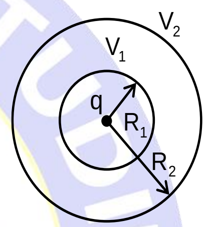
(ii) विद्युत क्षेत्र समविभव पृष्ठ के सदैव लम्बवत् होता है।

(iii) दो समविभव पृष्ठ कभी–भी एक–दूसरे को प्रतिच्छेदित नही करते है।

16.2 समविभव पृष्ठ के उदाहरण :

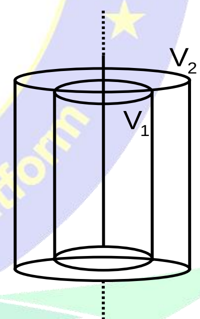
(A) बिन्दु आवेश (Point charge) :

चित्रानुसार गोलीय तथा संकेन्द्रीय समविभव पृष्ठ प्रदर्शित है। चित्र में हम देख सकते है कि R_1 त्रिज्या के गोले के पूरे पृष्ठ पर विभव V_1 है तथा इसी प्रकार अन्य संकेन्द्रीय गोलें के लिए भी विभव समान है।

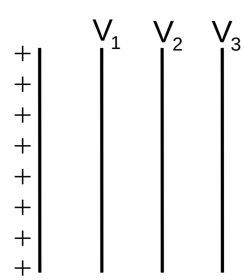


(B) रैखीय आवेश (Line charge) :

रैखिय आवेश के लिए समविभव पृष्ठ अलग–अलग त्रिज्याओं के समाक्षीय बेलन होते है।



(C) एक समान रूप से आवेशित बड़ी चालक/कुचालक पट्टिका : इसके लिए समविभव पृष्ठ समानान्तर तल होते है।



KHAN GLOBAL STUDIES Most Trusted Learning Platform KHAN SIR

DETECTIVE MIND

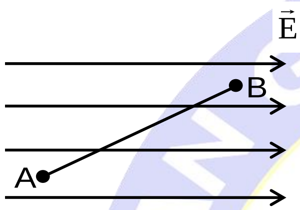
एकसमान विद्युत क्षेत्र में समविभव पृष्ठ सदैव समांतर तल होते हैं।

17. विद्युत क्षेत्र की तीव्रता तथा विद्युत विभव के बीच में सम्बन्ध (RELATION BETWEEN ELECTRIC FIELD INTENSITY AND ELECTRIC POTENTIAL) :

(A) समरूप विद्युत क्षेत्र के लिए :

(i) दो बिन्दुओं A तथा B के बीच विभवान्तर

$V_B - V_A = -\vec{E}.\vec{AB}$.



(B) असमरूप विद्युत क्षेत्र :

(i) $E_x = -\dfrac{\partial V}{\partial x}$, $E_y = -\dfrac{\partial V}{\partial y}$, $E_z = -\dfrac{\partial V}{\partial z}$

$\Rightarrow \quad \vec{E} = E_x\,\hat{i} + E_y\,\hat{j} + E_z\,\hat{k} = -\left[\dfrac{\partial V}{\partial x}\hat{i} + \dfrac{\partial V}{\partial y}\hat{j} + \dfrac{\partial V}{\partial z}\hat{k}\right]$

जहाँ $\dfrac{\partial V}{\partial x}$ = V का x के सापेक्ष अवकलन (y और z को नियत रखते हुए)

$\dfrac{\partial V}{\partial y}$ = V का y के सापेक्ष अवकलन (z और x को नियत रखते हुए)

$\dfrac{\partial V}{\partial z}$ = V का y के सापेक्ष अवकलन (x और y को नियत रखते हुए)

(C) यदि विद्युत विभव और विद्युत क्षेत्र केवल एक निर्देशांक r पर निर्भर करे तो :

(i) $\vec{E} = -\dfrac{\partial V}{\partial r}\hat{r}$

(ii) $\int dV = -\int \vec{E}\cdot\vec{dr}$

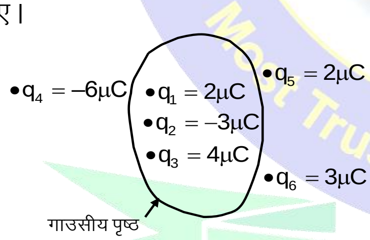
$\Rightarrow V_B - V_A = -\int_{r_A}^{\pi_B} \vec{E}.\vec{dr}$

(iii) किसी बिन्दु पर विभव

$\Rightarrow V = -\int_{\infty}^{r} \vec{E}.\vec{dr}$

SOLVED EXAMPLES

Ex:13 दी गई गॉउसीय पृष्ठ से गुजरने वाले फ्लक्स की गणना कीजिए।

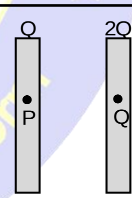


(1) $\dfrac{2\times10^{-6}}{\varepsilon_0}$ Nm²/c (2) $\dfrac{4\times10^{-6}}{\varepsilon_0}$ Nm²/c

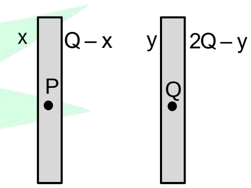
(3) $\dfrac{3\times10^{-6}}{\varepsilon_0}$ Nm²/c (4) $\dfrac{5\times10^{-6}}{\varepsilon_0}$ Nm²/c

Sol: $\phi = \dfrac{Q_{vanj}}{\varepsilon_0} = \dfrac{2\mu C - 3\mu C + 4\mu C}{\varepsilon_0} = \dfrac{3\times10^{-6}}{\varepsilon_0}\,Nm^2/c$

Ex:14 दो लम्बी समानान्तर चालक पट्टिकाओं (दोनों एक दूसरे से परिमित दूरी पर हैं।) को क्रमशः Q तथा 2Q आवेश दिया जाता है। तो सभी पृष्ठों पर उपस्थित आवेश की गणना कीजिए।



Sol: माना की पहली पट्टिका के बायीं ओर आवेश की मात्रा x है तो दांयी ओर आवेश की मात्रा Q–x होगी। इसी तरह यदि दूसरी प्लेट के बायी ओर y आवेश है तो दांयी ओर 2Q – y आवेश होगा।

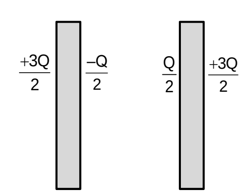


$E_p = 0$ (चालक के गुण से)

$\Rightarrow \dfrac{x}{2A\varepsilon_o} - \left\{\dfrac{Q-x}{2A\varepsilon_o} + \dfrac{y}{2A\varepsilon_o} + \dfrac{2Q-y}{2A\varepsilon_o}\right\} = 0$

हम कह सकते है कि P के बायी ओर आवेश = P के दायी ओर आवेश

$x = Q - x + y + 2Q - y$



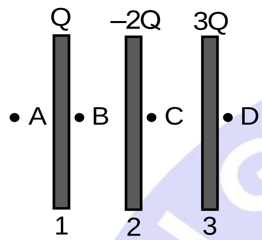
$\Rightarrow \; x = \dfrac{3Q}{2}, \; Q - x = \dfrac{-Q}{2}$

इसी तरह बिन्दु Q के लिए :

$x + Q - x + y = 2Q - y \;\Rightarrow y = Q/2,\; 2Q - y = 3Q/2$

अतः आवेशों का अन्तिम वितरण निम्नानुसार होगा।

Ex:15 तीन दीर्घ चालक पट्टिकाऐं जिन पर आवेश क्रमशः Q, –2Q व 3Q है, परिमित दूरी पर एक दूसरे के समान्तर स्थित है। बिन्दुओ A, B, C व D पर विद्युत क्षेत्र ज्ञात कीजिए।



Sol: (i) A पर विद्युत क्षेत्र

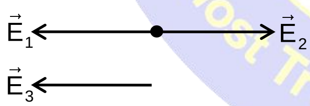
$$\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

$$\because \; \vec{E}_1 = \frac{Q}{2\varepsilon_0 A}(-\hat{i}),\; \vec{E}_2 = \frac{Q}{2\varepsilon_0 A}(\hat{i}),$$

और $\vec{E}_3 = \dfrac{3Q}{2\varepsilon_0 A}(-\hat{i})$

$$\therefore \; \vec{E}_A = \frac{Q}{2\varepsilon_0 A}(-\hat{i} + 2\hat{i} - 3\hat{i})$$

$$\Rightarrow \; \vec{E}_A = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}(-\hat{i})$$



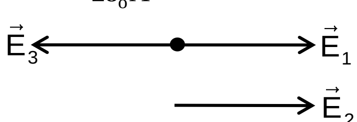
(ii) B पर विद्युत क्षेत्र

$$\vec{E}_B = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

$$\because \; \vec{E}_1 = \frac{Q}{2\varepsilon_0 A}(\hat{i}),\; \vec{E}_2 = \frac{2Q}{2\varepsilon_0 A}(\hat{i})$$

और $\vec{E}_3 = \dfrac{3Q}{2\varepsilon_0 A}(-\hat{i})$

$$\therefore \; \vec{E}_B = \frac{Q + 2Q - 3Q}{2\varepsilon_0 A}(\hat{i}) = 0$$



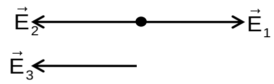
(iii) C पर विद्युत क्षेत्र

$$\vec{E}_C = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

$$\because \; \vec{E}_1 = \frac{Q}{2\varepsilon_0 A}(\hat{i}),\; \vec{E}_2 = \frac{2Q}{2\varepsilon_0 A}(-\hat{i})$$

और $\vec{E}_3 = \dfrac{3Q}{2\varepsilon_0 A}(-\hat{i})$

$$\therefore \; \vec{E}_C = \frac{Q - 2Q - 3Q}{2\varepsilon_0 A}(\hat{i}) = \frac{2Q}{\varepsilon_0 A}(-\hat{i})$$



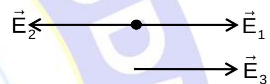
(iv) D पर विद्युत क्षेत्र

$$\vec{E}_D = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

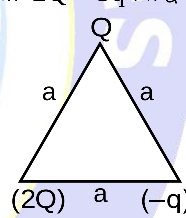
$$\because \; \vec{E}_1 = \frac{Q}{2\varepsilon_0 A}(\hat{i}),\; \vec{E}_2 = \frac{2Q}{2\varepsilon_0 A}(-\hat{i})$$

और $\vec{E}_3 = \dfrac{3Q}{2\varepsilon_0 A}(\hat{i})$

$$\therefore \; \vec{E}_3 = \frac{(Q - 2Q + 3Q)}{2\varepsilon_0 A}(\hat{i}) = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}(\hat{i})$$



Ex:16 यदि दिये गये निकाय के लिए वैद्युतस्थितिज ऊर्जा धनात्मक हो तो 2Q > 3q सिद्ध किजिए।



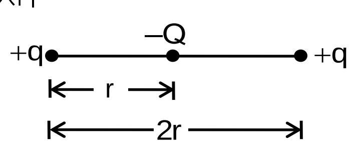
Sol: U(निकाय) = सभी युग्मो की स्थितिज ऊर्जा का योग

$$= \frac{k(Q)(2Q)}{a} - \frac{k2Qq}{a} - \frac{kQq}{a} = \frac{kQ}{a}(2Q - 3q)$$

दिया गया है कि U धनात्मक है

$$\Rightarrow \frac{kQ}{a}(2Q - 3q) > 0 \;\Rightarrow 2Q > 3q$$

Ex:17 तीन बिन्दुवत आवेशों की स्थिति चित्र में प्रदर्शित है। इस प्रणाली की कुल स्थितिज ऊर्जा शून्य है। $\dfrac{q}{Q}$ का अनुपात ज्ञात करो।



(1) 4 : 1
(2) 2 :1
(3) 6 : 1
(4) 2 : 2

Sol: $U_{sys} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\dfrac{-qQ}{r} + \dfrac{(+q)(+q)}{2r} + \dfrac{Q(-q)}{r}\right] = 0$

$\Rightarrow -Q + \frac{q}{2} - Q = 0$

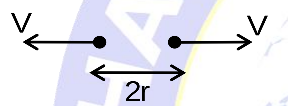
$\Rightarrow 2Q = \frac{q}{2} \Rightarrow \frac{q}{Q} = \frac{4}{1}$

Ex:18 m द्रव्यमान तथा q आवेश के दो बिन्दु आवेशो के मध्य की दूरी r है, इन्हें इस स्थिति से मुक्त किया जाता है। जब दोनों बिन्दु आवेशों के मध्य दूरी 2r हो तो प्रत्येक आवेश का वेग क्या होगा?

(1) $\sqrt{\frac{Kq}{2rm}}$ (2) $\sqrt{\frac{q^2}{2rm}}$

(3) $\sqrt{\frac{Kq^2}{2rm}}$ (4) $\sqrt{\frac{Kq^2}{rm}}$

Sol: संवेग सरंक्षण के नियमानुसार दोनों आवेश समान चाल से गति करेगें। ऊर्जा संरक्षण के नियम से–

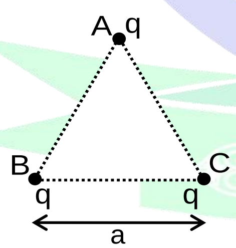


$k_1 + k_2 + u_i = u_f + k_f$

$0 + 0 + \frac{Kq^2}{r} = 2\left[\frac{1}{2}mv^2\right] + \frac{Kq^2}{2r}$

$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{Kq^2}{2rm}}$

Ex:19 a भुजा वाले समबाहु त्रिभुज के कोनो पर समान आवेश q स्थित है।



(i) आवेश निकाय की स्थितिज उर्जा ज्ञात करो।

(ii) त्रिभुज की भुजा को a/2 करने के लिए आवश्यक कार्य ज्ञात करो।

(iii) यदि आवेशो को प्रदर्शित स्थिति से छोड़ा जायें (प्रत्येक का द्रव्यमान m हो) तो 2a भुजा का त्रिभुज बनने पर इनकी चाल ज्ञात करो।

Sol: (i) $U = U_{12} + U_{13} + U_{23} = \frac{Kq^2}{a} + \frac{Kq^2}{a} + \frac{Kq^2}{a} = \frac{3Kq^2}{a}$

(ii) भुजाओं को a/2 तक कम करने में आवश्यक कार्य

$W = U_f - U_i = \frac{3Kq^2}{a/2} - \frac{3Kq^2}{a} = \frac{3Kq^2}{a}$

(iii) विद्युत बल द्वारा किया गया कार्य = कणो की गतिज उर्जा में परिवर्तन

$U_i - U_f = K_f - K_i \Rightarrow \frac{3Kq^2}{a} - \frac{3Kq^2}{2a}$

$= 3(mv^2) - 0 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{Kq^2}{am}}$

Ex:20 अनन्त अचालक σ समरूप आवेश घनत्व की पट्टिकाओं के सामने रखें a भुजा वाले काल्पनिक घन के आयतन में संचित ऊर्जा ज्ञात करो ?

(1) $\frac{\sigma^2}{8\varepsilon_0}$ (2) $\frac{a^3}{8\varepsilon_0}$

(3) $\frac{\sigma^2 a^3}{\varepsilon_0}$ (4) $\frac{\sigma^2 a^3}{8\varepsilon_0}$

Sol: संचित ऊर्जा

$U = \int \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 dV$ यहाँ dV अल्प आयतन है।

$= \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \int dV$

$\because$ E नियत है $U = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{\sigma^2}{4\varepsilon_0^2} a^3 = \frac{\sigma^2 a^3}{8\varepsilon_0}$

Ex:21 एक 10 μC आवेश को विद्युत क्षेत्र में अनन्त से किसी बिन्दु तक लाने में किया गया कार्य 10 μJ है। यदि इससे दुगने आवेश को अनन्त से उसी बिन्दु तक बिना त्वरण के लाया जाता है तो विद्युत क्षेत्र के विरूद्ध विद्युत क्षेत्र द्वारा किया गया कार्य ज्ञात करो।

(1) 20 μJ (2) –20 μJ

(3) –25 μJ (4) –15 μJ

Sol: $(W_{बाह्य})_{\infty \to p} = (-W_{विद्युत})_{\infty \to p} = (W_{विद्युत})_{p \to \infty} = 10\ \mu J$

क्योंकि $\Delta KE = 0$

$V_p = \frac{(W_{ck^{o};})_{\infty \to p}}{q} = \frac{10\mu J}{10\mu C} = 1V$

इसलिये यदि अब दुगने आवेश को अनन्त से लाया जाता है

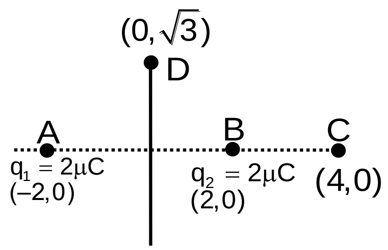
$1 = \frac{(W_{ck^{o};})_{\infty \to p}}{20\mu C}$

$\Rightarrow (W_{बाह्य})_{\infty \to P} = 20\ \mu J$

$\Rightarrow (W_{विद्युत})_{\infty \to P} = -20\ \mu J$

KHAN GLOBAL STUDIES Most Trusted Learning Platform KHAN SIR

Ex:22 दो बिन्दु आवेश 2μC और – 4μC क्रमशः (–2m, 0m) तथा (2 m, 0 m) पर स्थित है। बिन्दु C (4 m, 0 m) तथा D (0 m, $\sqrt{5}$ m) पर विभव ज्ञात करो।



Sol: C बिन्दु पर विभव

$$V_C = V_{q_1} + V_{q_2} = \frac{K(2\mu C)}{6} + \frac{K(-4\mu C)}{2}$$

$$= \frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}}{6} - \frac{9\times10^9\times4\times10^{-6}}{2}$$

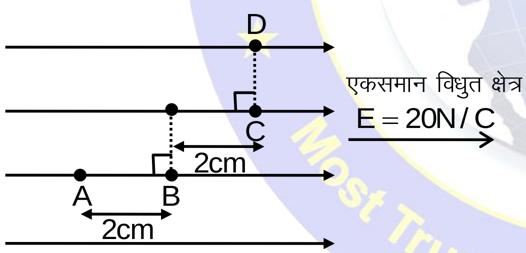
$= -15000$ V

इसी प्रकार,

$$V_D = V_{q_1} + V_{q_2} = \frac{K(2\mu C)}{\sqrt{(\sqrt{5})^2+2^2}} + \frac{K(-4\mu C)}{\sqrt{(\sqrt{5})^2+2^2}}$$

$$= \frac{K(2\mu C)}{3} + \frac{K(-4\mu C)}{3} = -6000 \text{ V}$$

Ex:23 निम्न ज्ञात करो।



(i) $V_A - V_B$ (ii) $V_B - V_C$

(iii) $V_C - V_A$ (iv) $V_D - V_C$

(v) $V_A - V_D$

(vi) A, B, C और D के विभव को क्रम में व्यवस्थित करें।

Sol: (i) $|\Delta V_{AB}| = 20 \times 2 \times 10^{-2} = 0.4$ so, $V_A - V_B = 0.4$ V

(ii) $|\Delta V_{BC}| = 20 \times 2 \times 10^{-2} = 0.4$ so, $V_B - V_C = 0.4$ V

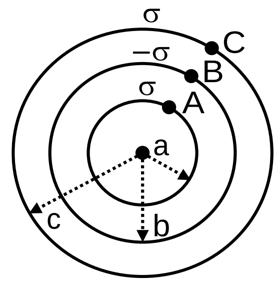
(iii) $|\Delta V_{CA}| = 20 \times 4 \times 10^{-2} = 0.8$ so, $V_C - V_A = -0.8$ V

(iv) $|\Delta V_{DC}| = 20 \times 0 = 0$ so, $V_D - V_C = 0$

(v) $|\Delta V_{AD}| = 20 \times 4 \times 10^{-2} = 0.8$ so, $V_A - V_D = 0.8$ V

(vi) विभव का क्रम $V_A > V_B > V_C = V_D$

Ex:24 V_A, V_B, V_C ज्ञात कीजिऐ तथा यदि $V_A = V_C$ है तो आवश्यक शर्त क्या होगी।



Sol: $V_A = \frac{\sigma a}{\epsilon_0} - \frac{\sigma b}{\epsilon_0} + \frac{\sigma c}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}(a - b + c)$

$V_B = \frac{\sigma a^2}{\epsilon_0 b} - \frac{\sigma b}{\epsilon_0} + \frac{\sigma c}{\epsilon_0}$

$V_C = \frac{\sigma a^2}{\epsilon_0 c} - \frac{\sigma b^2}{\epsilon_0 c} + \frac{\sigma c}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\left(\frac{a^2 - b^2 + c^2}{c}\right)$

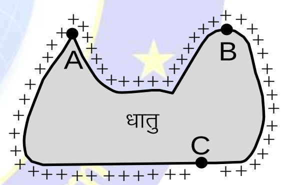
$\Rightarrow$ यदि अब $V_A = V_C$

$\Rightarrow (a - b + c) = \frac{a^2 - b^2 + c^2}{c}$

$\Rightarrow c(a - b) = a^2 - b^2 \Rightarrow c(a - b) = (a+b)(a-b)$

$\Rightarrow c = a + b$

Ex:25 A, B तथा C पर क्षेत्र, विभव व पृष्ठ आवेश घनत्व की तुलना कीजिऐ।



Sol: एक धातु की सतह समविभव पृष्ठ (EPS) होती है। अतः अनियमित आकृति वाले धातु पर आवेश, पृष्ठ पर समान विभव उत्पन्न करने के लिए वितरित किए जाते है।

$\Rightarrow V_A = V_B = V_C$ अब सीधी रेखा के लिए वक्रता त्रिज्या $= \infty$

$R_C > R_B > R_A$ अब $\frac{Q_A}{R_A} = \frac{Q_B}{R_B} = \frac{Q_C}{R_C}$

या $(Q \propto R)$ $E = \frac{KQ}{R^2}$

$\Rightarrow E = \frac{V}{R}$

$\Rightarrow E \propto \frac{1}{R}$

विद्युत क्षेत्र $E \propto \frac{Q}{R^2}$ or $E \propto \frac{1}{R} \Rightarrow E_A > E_B > E_C$

पृष्ठ आवेश घनत्व $\sigma \propto \frac{Q}{R^2} \Rightarrow \sigma \propto \frac{V}{R} \propto \frac{1}{R}$

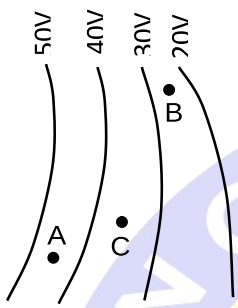
KHAN GLOBAL STUDIES Most Trusted Learning Platform KHAN SIR

$\Rightarrow \sigma_A > \sigma_B > \sigma_C$

अतः यदि आवेश रिसाव की कोई सम्भावना है, यह बिन्दु A से प्रारम्भ होता है। (कोरोना निरावेशन)

याद रखिऐ नुकीले बिन्दुओ पर E व σ अधिक है जबकी विभव समान है।

Ex:26 निम्न चित्र कुछ आवेशो द्वारा उत्पन्न कुछ समविभव पृष्ठ को दर्शाता है। किस बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र का मान अधिकतम है?



(1) A (2) B

(3) C (4) None

Sol: जहाँ समविभव पृष्ठ निकट है, वहाँ E का परिमाण अधिक है। ELOF समविभव पृष्ठो के लम्बवत् है। निम्न चित्र में, हम बिन्दु B के लिए देख सकते है कि EPS निकट है अतः बिन्दु B पर E अधिकतम है।

Ex:27 दिए गए $\vec{E} = 2x\hat{i} + 3y\hat{j}$ के लिए, (x, y) पर विभव ज्ञात कीजिए यदि मूल बिन्दु पर विभव 5 वोल्ट है।

(1) $-x^2 + \frac{3y^2}{2} + 5$ (2) $-x^2 - \frac{3y^2}{2} - 5$

(3) $x^2 - \frac{3y^2}{2} + 5$ (4) $-x^2 - \frac{3y^2}{2} + 5$

Sol: $\int_5^v dV = -\int_0^r \vec{E}\cdot\vec{dr} = -\int_0^x E_x dx - \int_0^y E_y dy$

$\Rightarrow V - 5 = -\frac{2x^2}{2} - \frac{3y^2}{2}$

$\Rightarrow V = -x^2 - \frac{3y^2}{2} + 5$

18. विद्युत द्विध्रुव (ELECTRIC DIPOLE):

कुछ अणुओं में धनात्मक व ऋणात्मक आवेशों के केन्द्र एक जगह नहीं होते। जिसके परिणामस्वरूप विद्युत द्विध्रुव बनते है। परमाणु अध्रुवीय होते है, क्योंकि उनका धनात्मक व ऋणात्मक आवेशों के केन्द्र एक जगह मिलते है। विद्युत क्षेत्र को आरोपित कर परमाणु को ध्रुवीय बनाया जाता है। अतः इन्हें प्रेरित द्विध्रुव कहते है।

18.1 द्विध्रुव आघूर्ण ($\vec{P}$):

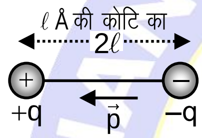
द्विध्रुव आघूर्ण = q x 2ℓ

(i) सदिश राशि जिसकी दिशा ऋणात्मक से धनात्मक की और होती है।

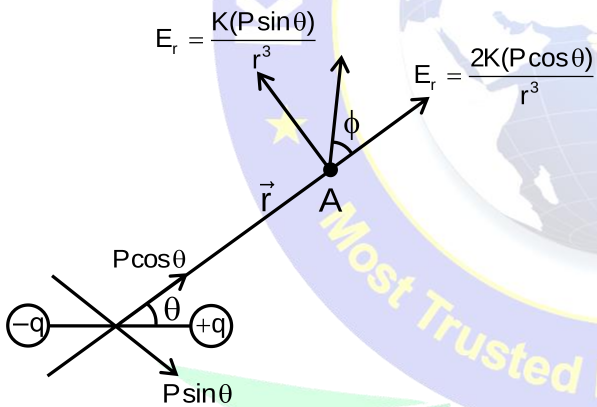
(ii) विमा: [LTA] तथा इकाई : कुलाम × मीटर (या C–m)

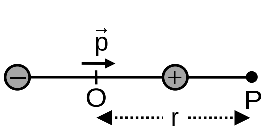
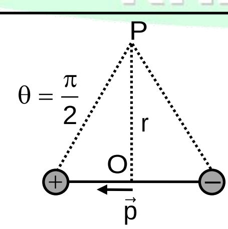
(iii) प्रायोगिक इकाई = Debye

$1 \text{ Debye} = 3.3 \times 10^{-30}\ C \times m$



18.2 किसी बिन्दु (r, θ) पर विद्युत क्षेत्र : ध्रुवीय निर्देशांक:



अक्षीय बिंदु के सिरे पर θ = 0°	निरक्षीय स्थिति θ = 90°
 $V_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p}{r^2}$ $\vec{E}_P = \left[\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right]\left[\frac{2\vec{p}}{r^3}\right].\hat{\pi}$	 $V_P = 0$ $\vec{E}_P = \left[\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right]\left[\frac{-\vec{p}}{r^3}\right].\hat{\pi}$

$$E_{net} = \frac{KP}{r^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta}\ ; \qquad \tan\phi = \frac{\tan\theta}{2};$$

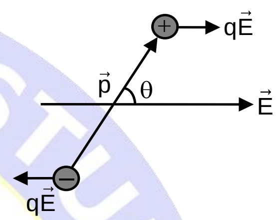
$$V_p = \frac{kp\cos\theta}{r^2} \propto \frac{1}{r^2}$$

यहां θ स्थिति सदिश ($\vec{r}$) और द्विध्रुव आघूर्ण सदिश($\vec{p}$) के बीच वामावर्त दिशा में कोण है।

18.3 एकसमान विद्युत क्षेत्र में विद्युत द्विध्रुव: $\vec{P} = 2q\vec{\ell}$

(A) **कुल बल:** $\vec{F}_{कुल} = \left[q\vec{E} + (-q)\vec{E}\right] = 0$

(B) **बलाघूर्ण:** $\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F} = 2\ell\times q\vec{E} = 2q\vec{\ell}\times\vec{E} = \vec{p}\times\vec{E}$



(C) **कार्य:** समरुप क्षेत्र में एक विद्युत द्विध्रुव को θ_1 से θ_2 तक घुमाने में किया गया कार्य

$dW = \vec{\tau}\cdot d\vec{\theta} \qquad \Rightarrow W = \int dW = \int \tau d\theta$

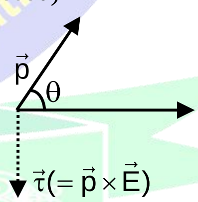
$$W_{\theta_1\to\theta_2} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} pE\sin\theta\, d\theta = pE(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

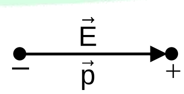
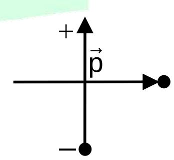
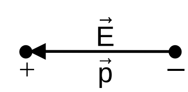
$W_{0\to180^\circ} = pE\,[1-(-1)] = 2\,pE$

$W_{0\to 90^\circ} = pE\,(1-0) = pE$

यदि द्विध्रुव को विद्युत क्षेत्र की दिशा में घुमाया जाता है (θ = 0°) से θ तो,

$W = pE\,(1 - \cos\theta)$



 θ = 0 τ = 0 (न्यून) W = 0 (न्यून)	 θ = 90° τ = pE (अधिकतम) W = pE	 θ = 180° τ = 0 (न्यून) W = 2pE (अधिकतम)

स्थिर वैद्युत स्थितिज ऊर्जा :- द्विध्रुव के संदर्भ में (एक समरुप क्षेत्र में),द्विध्रुव की स्थितिज ऊर्जा, एक द्विध्रुव को

KHAN GLOBAL STUDIES Most Trusted Learning Platform KHAN SIR

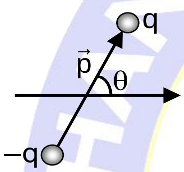
क्षेत्र के लम्बवत दिशा से दी गई दिशा में घुमाने में किए गये कार्य से प्रदर्शित की जाती है।

$U = W_\theta - W_{90} = pE\,(1-\cos\theta) - pE = -pE\cos\theta = -\vec{p}.\vec{E}$

$\vec{E}$ एक संरक्षी क्षेत्र है इसलिए द्विध्रुव को θ_1 से θ_2 तक घुमाने में जैसा भी कार्य किया जाए वह उसकी स्थिर वैद्युत स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन के ठीक बराबर होता है।

$W_{\theta_1\to\theta_2} = U_{\theta_2} - U_{\theta_1} = pE\,(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$

कोणीय सरल आवर्त गति :– जब एक द्विध्रुव को समरुप क्षेत्र में निलंबित किया जाता है तो यह स्वयं क्षेत्र के समान्तर घूम जाता है, अब यदि इसे इसकी साम्यावस्था से अल्प कोणीय विस्थापन θ दिया जाता है तो प्रत्यानयन बल आघूर्ण



$\tau = pE\sin\theta$

यदि θ अल्प हो तो $\tau = -pE\theta$

$\tau \propto (-\theta)$ (कोणीय S.H.M)

लेकिन $\tau = I\alpha$

so $I\alpha = -pE\theta$

$\Rightarrow \alpha = \dfrac{pE}{I}(-\theta) = -\omega^2\theta$

(जहाँ α – कोणीय त्वरण व I – जडत्व आघूर्ण)

$\omega = \sqrt{\dfrac{pE}{I}}$;

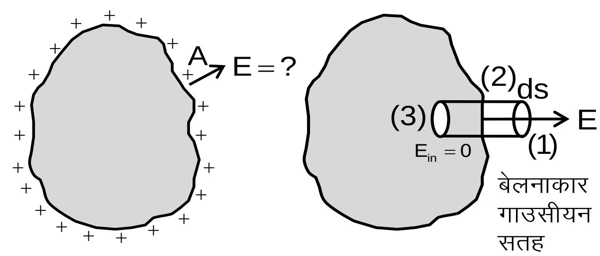
$T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\dfrac{I}{pE}}$

19. चालक (CONDUCTOR)

19.1 किसी चालक द्वारा विद्युत क्षेत्र ज्ञात करना:

माना किसी चालक की सतह 'A' पर क्षेत्रफल आवेश घनत्व σ है। हमें चालक की सतह के बाहर विद्युत क्षेत्र ज्ञात करना है।

इसके लिए चित्रानुसार माना एक छोटा बेलनाकार गॉउसीयन सतह जिसका आंशिक भाग सतह के अन्दर और कुछ भाग सतह के बाहर स्थित है। माना इसका अल्प काट क्षेत्रफल ds है और इसकी ऊँचाई नगण्य है।



इस सतह के लिये गॉउस प्रमेय लगाने पर

$\phi_{कुल} = \dfrac{q_{अंदर}}{\varepsilon_0} = \dfrac{\sigma ds}{\varepsilon_0}$

सतह (1) का फ्लक्स: $\phi_1 = Eds$ (क्योंकि $\vec{E}$ चालक सतह के लम्बवत्)

सतह (2) का फ्लक्स: $\phi_2 = 0$ ($\vec{E}$ गाउसीयन सतह के लम्बवत्)

सतह (3) का फ्लक्स: $\phi_3 = 0$ (E चालक के अन्दर)

अतः, $Eds = \dfrac{\sigma ds}{\varepsilon_0}$

$\Rightarrow E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$

DETECTIVE MIND

चालक की सतह के ठीक बाहर विद्युत क्षेत्र $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$

दिशा सतह के लम्बवत् होगी। सदिश रूप में $\vec{E} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{n}$

(यहाँ = $\hat{n}$ इकाई सदिश चालक सतह के लिए लम्बवत् हैं।)

19.2 चालक और उसके गुणधर्म [स्थिर विद्युत स्थिति के लिये]

(i) चालक वे पदार्थ होते है जिनके अन्दर मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या बहुत अधिक होती है, जो चालक के अन्दर मुक्त रूप से गति कर सकते है।

DETECTIVE MIND

स्थिरवैद्युत स्थिति में चालक के अंदर कुल विद्युत क्षेत्र शून्य होता है।

KHAN GLOBAL STUDIES Most Trusted Learning Platform KHAN SIR

(ii) स्थिर विद्युतिकी में चालक हमेशा समविभव पृष्ठ होते है।

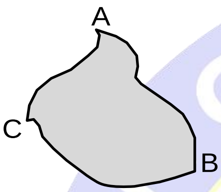
(iii) आवेश हमेशा चालक के बाहरी पृष्ठ पर रहता है।

(iv) यदि चालक के अन्दर कोई गुहा है तथा इसमें कोई आवेश नहीं है तो आवेश हमेशा चालक की बाहरी सतह पर रहेगा।

(v) विद्युत क्षेत्र हमेशा चालक पृष्ठ के लम्बवत् होता है।

(vi) विद्युत बल रेखाऐं चालक के अन्दर कभी प्रवेश नहीं करती है।

(vii) चालक पृष्ठ के पास विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का सूत्र

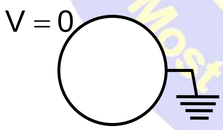


$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{n}$$

$$\vec{E}_A = \frac{\sigma_A}{\varepsilon_0}\hat{n}$$

$$\vec{E}_B = \frac{\sigma_B}{\varepsilon_0}\hat{n} \quad \text{तथा} \quad \vec{E}_C = \frac{\sigma_C}{\varepsilon_0}\hat{n}$$

(viii) जब किसी चालक को भूसम्पर्कित किया जाता है तो इसका विभव शून्य हो जाता है।



(ix) जब एक विलगित चालक को भूसम्पर्कित किया जाता है तो इस पर आवेश शून्य हो जाता है।

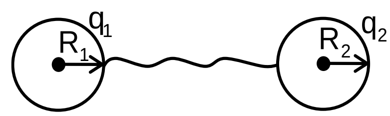
(x) जब दो चालकों को जोड़ा जाता है तो उनमें आवेश का प्रवाह तब तक होता है जब तक उनका विभव एकसमान न हो जाये।

DETECTIVE MIND

विद्युत दाब : विद्युत दाब किसी चालक की सतह पर सूत्र $P = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}$ द्वारा दिया जाता है, जहां σ स्थानीय सतह आवेश घनत्व है।

20. आवेशों का साझा (Sharing Of Charges) :

R_1 व R_2 त्रिज्या के दो चालकीय खोखले गोलीय कोशो पर क्रमशः Q_1 व Q_2 आवेश है तथा अधिक दूरी पर स्थित है, इन्हे एक चालक तार से जोड़ा गया है। माना गोलो पर अंतिम आवेश q_1 व q_2 है।



दोनो गोलीय कोश का विभव जोड़ने के पश्चात् बराबर है। इसलिए

$$\frac{Kq_1}{R_1} = \frac{Kq_2}{R_2}$$

$$\Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{R_1}{R_2} \qquad ....(i)$$

तथा, $q_1 + q_2 = Q_1 + Q_2 \qquad ....(ii)$

(i) व (ii) से

$$q_1 = \frac{(Q_1+Q_2)R_1}{R_1+R_2}; \quad q_2 = \frac{(Q_1+Q_2)R_2}{R_1+R_2};$$

आवेशो को अनुपात $\frac{q_1}{q_2} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow \frac{\sigma_1 4\pi R_1^2}{\sigma_2 4\pi R_2^2} = \frac{R_1}{R_2}$

पृष्ठ आवेश घनत्वो का अनुपात $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{R_2}{R_1}$

अंतिम आवेशो का अनुपात $\frac{q_1}{q_2} = \frac{R_1}{R_2}$

21. एकसमान आवेशित छोटी बूंदों को मिलाना (Mixing Of Identical Charged Tiny Drops) :

माना कि, छोटी बूंदों की संख्या = N

[प्रत्येक छोटी बूंद के लिए] (r, q, σ, E, V) [बड़ी बूंद के लिए] $(R, Q, \sigma_B, E_B, V_B)$

(i) आवेश संरक्षण Q = Nq

(ii) द्रव्यमान (आयतन) संरक्षण $N\,\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi R^3$

यहाँ $R = N^{1/3} r$, $Q = Nq$

$\therefore \quad \sigma_B = N^{1/3}\sigma, \; E_B = N^{1/3}E, \; V_B = N^{2/3}V$

SOLVED EXAMPLES

Ex:28 एक छोटे द्विध्रुव की अक्षीय रेखा पर द्विध्रुव के मध्य बिन्दु से r दूरी पर विधुत क्षेत्र वही है जो इसकी निरक्षीय स्थिति पर द्विध्रुव के मध्य बिन्दु से r' दूरी पर है तो $\frac{r}{r'}$ का अनुपात ज्ञात करो?

(1) $2^{1/3}$ (2) $2^{1/2}$

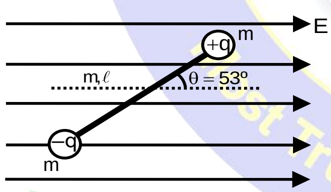
(3) $2^{1/5}$ (4) $3^{1/2}$

Sol: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p}{r^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{r'^3}$

या $\frac{2}{r^3} = \frac{1}{r'^3}$ या $\frac{r^3}{r'^3} = 2$

या $\frac{r}{r'} = 2^{1/3}$

Ex:29 दो बिन्दु द्रव्यमान m व समान परिमाण q के विपरीत आवेश, m द्रव्यमान की एक अचालक समरूप छड़ के कोनों पर रखे है एवं निकाय को समरूप विद्युत क्षेत्र E में θ = 53° के कोण से चित्रानुसार छोड़ा जाता है तो –



(i) छोड़ने के तुरन्त बाद कोणीय त्वरण ज्ञात करो ?

(ii) जब यह स्थायी साम्यावस्था को पार करता है, तब इसका कोणीय वेग क्या होगा?

(iii) इसे 180° से घूर्णन करने के लिये आवश्यक कार्य की गणना करो ?

Sol: (i) $\tau_{\text{कुल}} = PE\sin 53° = I\,\alpha$

$$\alpha = \frac{(q\ell)E\left(\frac{4}{5}\right)}{\frac{m\ell^2}{12} + m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2} = \frac{48qE}{35m\ell}$$

(ii) ऊर्जा संरक्षण से $K_i + U_i = K_f + U_f$

$$\Rightarrow 0 + (-PE\cos 53°) = \frac{1}{2}I\omega^2 + (-PE\cos 0°)$$

जहाँ $I = \frac{m\ell^2}{12} + m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{48qE}{35m\ell}}$$

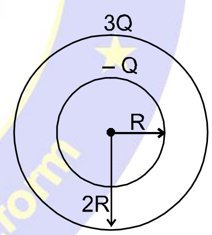
(iii) $W_{\text{बाह्य}} = U_f - U_i$

$W_{\text{बाह्य}} = (-PE\cos(180° + 53°)) - (-PE\cos 53°)$

$\Rightarrow W_{\text{बाह्य}} = (q\ell)E\left(\frac{3}{5}\right) + (q\ell)E\left(\frac{3}{5}\right)$

$\Rightarrow W_{\text{बाह्य}} = \left(\frac{6}{5}\right)q\ell E$

Ex:30 R तथा 2R त्रिज्याओं के दो चालक खोखले गोलीय कोशों पर आवेश क्रमशः – Q व 3Q है। यदि आन्तरिक कोश को भू–सम्पर्कित कर दिया जाये तो पृथ्वी में कितना आवेश प्रवाहित होगा?



(1) $\frac{Q}{4}$ (2) $\frac{Q}{2}$ (3) $\frac{Q}{3}$ (4) Q

Sol: जब आन्तरिक कोश को भू–सम्पर्कित किया जाता है तो आन्तरिक कोश का विभव शून्य हो जाता है क्योंकि पृथ्वी का विभव शून्य माना जाता है।

$$\frac{Kx}{R} + \frac{K3Q}{2R} = 0$$

$$x = \frac{-3Q}{2} = \frac{-3Q}{2} - (-Q) = \frac{-Q}{2}$$

अतः पृथ्वी में प्रवाहित आवेश $= \frac{Q}{2}$

Ex:31 10^{-9}C का आवेश 2 cm त्रिज्या की प्रत्येक 27 समरूप बूँदो पर स्थित है। उन्हे संयुक्त करके एक बड़ी बूँद बनायी जाती है। इसका विभव ज्ञात कीजिए।

(1) $V_B = 40.5 \times 10^{-2}$ V

(2) $V_B = 20.5 \times 10^{2}$ V

(3) $V_B = 10.5 \times 10^{2}$ V

(4) $V_B = 40.5 \times 10^{2}$ V

Sol: $V_B = n^{2/3} \times V$

$$V_B = (27)^{2/3} \times 9 \times 10^9 \times \frac{10^{-9}}{2\times10^{-2}}$$

$$V_B = 9 \times 9 \times 10^9 \times \frac{10^{-9}}{2\times10^{-2}}$$

$$V_B = \frac{81}{2}\times10^{2}$$

$$V_B = 40.5 \times 10^{2} \text{ V}$$

विद्युत फ्लक्स (ϕ)

यह सतह से गुजरने वाली विद्युत बल रेखाओं की संख्या को मापता है।

गाउस का नियम;

$$(\phi) = \frac{q_{\text{सतह से घिरा हुआ}}}{\varepsilon_0}$$

$$(\phi) = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{\text{सतह से घिरा हुआ}}}{\varepsilon_0}$$

विद्युत द्विध्रुव

विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण $p = q(2\ell)$

यह सदिश राशि है

सामान्य बिंदु पर विद्युत क्षेत्र (r,θ) ध्रुवीय निर्देशांक

$$E_{\text{कुल}} = \frac{KP}{r^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta};\ \tan\phi = \frac{\tan\theta}{2}$$

$$E_{\text{अक्षीय बिंदु}} = \frac{2Kp}{r^3}$$

$$E_{\text{निरक्षीय बिंदु}} = \frac{Kp}{r^3}$$

$$V_{p\ \text{सामान्य बिंदु}} = \frac{Kp\cos\theta}{r^2}$$

$$V_{\text{अक्षीय बिंदु}} = \frac{Kp}{r^2}$$

$$V_{\text{निरक्षीय बिंदु}} = 0$$

$$U_{\text{विद्युत द्विध्रुव}} - \vec{p}.\vec{E}\ ;\ \tau_{\text{द्विध्रुव}} = \vec{p} \times \vec{E}$$

चालक

ऐसा पदार्थ जिसके संयोजी कोश में मुक्त इलेक्ट्रॉन होते हैं चालक कहा जाता है।

- चालक के अंदर, कुल स्थिर वैद्युत क्षेत्र शून्य होता है
- आवेशित चालक की सतह पर,स्थिर वैद्युत क्षेत्र प्रत्येक बिंदु की सतह पर सामान्य होना चाहिए
- स्थिर स्थिति में चालक के अंदर कोई अतिरिक्त आवेश नहीं हो सकता है अर्थात् अतिरिक्त आवेश चालक की बाहरी सतह पर रहते हैं
- आवेशित चालक की सतह पर विद्युत क्षेत्र

$$E=\sigma \in_0 \left(\sigma \propto \frac{1}{\text{वक्र की त्रिज्या}}\right)$$

कूलॉम का नियम

दो आवेशित कणों के मध्य बल

$$F = \frac{Kq_1q_2}{r^2}\ \text{(परिमाण)}$$

$$\vec{F} = \frac{Kq_1q_2\vec{r}}{r^3} = \frac{Kq_1q_2\hat{r}}{r^2}\ \text{(सदिश रूप)}$$

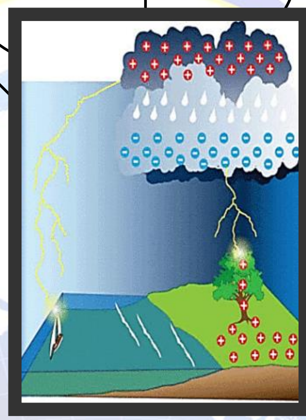
$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \simeq 9 \times 10^9\ Nm^2c^{-2}$$

ε_0 = वायु या निर्वात की विद्युतशीलता $= 8.854 \times 10^{-12} C^2/Nm^2$

आवेश के गुणधर्म

आवेश पदार्थ का एक आंतरिक गुण है।

- यह द्रव्यमान पर रहता है।
- आवेश परिमाणित है और आवेश की मात्रा $\pm e$ है
- यह निर्देश तंत्र किसी पर निर्भर नहीं होता है
- आवेश संरक्षित होता है



विद्युत आवेश

विद्युत स्थितिज ऊर्जा

स्थानांतरित करने के लिए बाहरी आवेष द्वारा किया गया कार्य स्थितिज विद्युत क्षेत्र में 1 से 2 तक होता है

$$W_{\text{बाह्य}} = \int \vec{F}.d\vec{r} = -q\int_1^2 \vec{E}.d\vec{r}$$

$$U_{\text{बिंदु आवेश के कारण}}\ \frac{Kq_1q_2}{r},q_1q_2$$

एक की विद्युत स्थितिज ऊर्जा की प्रणाली के आवेश

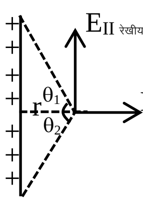
$$U_{\text{कुल}} = \frac{Kq_1q_2}{r_1r_2} + \frac{Kq_2q_3}{r_1r_2} + + \frac{Kq_3q_4}{r_1r_2} + ...$$

$U_{\text{स्व}}$ (एक समान आवेशित कोश)= $\frac{KQ^2}{2R}$

$U_{\text{स्व}}$ (एक समान आवेशित ठोस गोला) = $\frac{3}{5}\frac{KQ^2}{R}$

$$E_{\text{बिंदु आवेश के कारण}} = \frac{Kq}{r^2}\ \text{(परिमाण)}$$

$$\vec{E}_{\text{बिंदु आवेश के कारण}} = \frac{Kq}{r^3}\vec{r} = \frac{Kq}{r^2}\hat{r}\ \text{(सदिश रूप)}$$



$$E_{II\ \text{रेखीय आवेश के कारण}} = \frac{K\lambda}{r}[\cos\theta_1 - \cos\theta_2]$$

$$E_{\perp\ \text{रेखीय आवेश के कारण}} = \frac{K\lambda}{r}[\sin\theta_1 + \sin\theta_2]$$

$$E_{\text{दूरी अक्ष पर वलय के कारण}} = \frac{KQX}{(R^2+X^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$E_{\perp\ \text{समतल अनंत शीट के कारण}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$E_{\perp\text{आवेशित चालक प्लेट या चालक के कारण विद्युत क्षेत्र}} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

आवेशित गोलाकार कोष या चालक के कारण विद्युत क्षेत्र

गोला $E(r<R)=0$; $E(r>R) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$; $E(r=R) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^2}$

ठोस अचालक गोले के कारण विद्युत क्षेत्र

$E(r<R) = \frac{KQr}{3\varepsilon_0}$; $E(r>R) = \frac{KQ}{r^2}$ $E(r=R) = \frac{KQ}{R^2}$

विद्युत क्षेत्र व विद्युत विभव के मध्य संबंध

$dv = -\vec{E}.d\vec{r}$

If $\vec{E}$ = नियतांक

$\Delta V = -\vec{E}.\Delta\vec{r}$

विद्युत विभव

विद्युत विभवग6710

$$+V_p = \frac{W_{ext}(\infty \to P)}{q} = -\int_{\infty}^{P} \vec{E}.d\vec{r}$$

$$V_{\text{बिंदु आवेश के कारण}} = \frac{Kq}{r}$$

$$V_{\text{वलय के केंद्र के कारण}} = \frac{Kq}{r}\ \text{(समान या असमान)}$$

	खोखला चालक	ठोसीय अचालक
(i) अंदर $(r<R)$	$V_p = \frac{Kq}{R}$	$V_p = \frac{Kq}{2R^3}[3R^2 - r^2]$
(ii) बाहर $(r>R)$	$V_p = \frac{Kq}{r}$	$V_p = \frac{Kq}{r}$
(iii) सतह पर $(r=R)$	$V_p = \frac{Kq}{R}$	$V_p = \frac{Kq}{R}$

विद्युत बल रेखाएं

- यह काल्पनिक बल रेखाएं होती है
- EFL पर स्पर्शरेखा विद्युत क्षेत्र की दिशा बताती है
- यह कभी भी एक–दूसरे को नहीं काटती
- यह चालकीय सतह पर हमेशा सामान्य होती है
- +ve आवेश से उत्पन्न होती है।
- –ve आवेश पर समाप्त हो जाती है
- यह कभी भी बंद लूप में नहीं होती

KHAN GLOBAL STUDIES Most Trusted Learning Platform KHAN SIR