

Chapter 02

समुच्चय और संबंध (Sets and Relations)



NEET/JEE-FLASHBACK



JEE MAINS QUESTION

Q.1 माना $R = \{(1, 3), (4, 2), (2, 4), (2, 3), (3, 1)\}$, समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4\}$ पर एक संबंध है तब संबंध R है –

[AIEEE-2004]

- (1) सक्रामक (2) सममित नहीं
(3) स्वतुल्य (4) एक फलन

Q.2 माना $R = \{(3, 3), (6, 6), (9, 9), (12, 12), (6, 12), (3, 9), (3, 12), (3, 6)\}$, समुच्चय $A = \{3, 6, 9, 12\}$ पर संबंध हो, तो संबंध है –

[AIEEE-2005]

- (1) स्वतुल्य और सक्रामक केवल
(2) केवल स्वतुल्य
(3) एक तुल्यता संबंध
(4) केवल स्वतुल्य और सममित

Q.3 माना W अंग्रेजी शब्दकोश में शब्दों को निरूपित करता है। संबंध R को $R = \{(x, y) \in W \times W : \text{शब्द } x \text{ और } y \text{ में कम से कम एक अक्षर समान है}\}$ द्वारा परिभाषित किया गया हो, तब R है –

[AIEEE 2006]

- (1) स्वतुल्य सममित और सक्रामक नहीं
(2) स्वतुल्य, सममित और सक्रामक
(3) स्वतुल्य, सममित नहीं और सक्रामक
(4) स्वतुल्य नहीं, सममित और सक्रामक

Q.4 माना R वास्तविक रेखा है। समतल $R \times R$ के निम्नलिखित उपसमुच्चयों पर विचार कीजिए :

[AIEEE 2008]

$$S = \{(x, y) : y = x + 1 \text{ और } 0 < x < 2\}$$

$$T = \{(x, y) : x - y \text{ एक पूर्णांक है}\}$$

निम्नलिखित में से कौन सा सत्य है?

- (1) S और T दोनों R पर तुल्यता संबंध हैं।
(2) R पर S , एक तुल्यता संबंध है लेकिन T नहीं है।
(3) R पर T , एक तुल्यता संबंध है लेकिन S नहीं है।
(4) R पर न तो S और न ही T एक तुल्यता संबंध है।

Q.5 यदि A, B और C तीन समुच्चय इस प्रकार हैं कि $A \cap B = A \cap C$ और $A \cup B = A \cup C$ हो, तो

[AIEEE-2009]

- (1) $A = C$ (2) $B = C$
(3) $A \cap B = \phi$ (4) $A = B$

Q.6 निम्नलिखित संबंधों पर विचार कीजिए।

$R : \{(x, y) | x, y \text{ वास्तविक संख्याएँ हैं और कुछ परिमेय संख्या } w \text{ के लिए } x = wy \text{ है}\}$

$$S = \left\{ \left(\frac{m}{n}, \frac{p}{q} \right) \mid m, n, p \text{ और } q \text{ पूर्णांक इस प्रकार हैं।} \right.$$

कि $n, q \neq 0$ और $qm = pn$ } हो, तो [AIEEE-2010]

- (1) न तो R और न ही S एक तुल्यता संबंध है।
(2) S एक तुल्यता संबंध है लेकिन R एक तुल्यता संबंध नहीं है।
(3) R और S दोनों तुल्यता संबंध हैं।
(4) R एक तुल्यता संबंध है लेकिन S एक तुल्यता संबंध नहीं है।

Q.7 माना $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ है। विभिन्न क्रमित युग्मों (Y, Z) की संख्या जो इस प्रकार बनाई जा सकती है कि $Y \subseteq X, Z \subseteq X$ और $Y \cap Z$ रिक्त है।

[AIEEE-2012]

- (1) 5^2 (2) 3^5 (3) 2^5 (4) 5^3

Q.8 यदि $X = \{4^n - 3n - 1 : n \in \mathbb{N}\}$ और $Y = \{9(n-1) : n \in \mathbb{N}\}$ है, जहाँ $\mathbb{N}$ प्राकृत संख्याओं का समुच्चय हो, तो $X \cup Y$ बराबर है।

[JEE(Main) 2014]

- (1) X (2) Y (3) N (4) $Y - X$

Q.9 यदि $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x, x \neq 0$, और $S = \{x \in \mathbb{R} : f(x) = f(-x)\}$ B ; हो, तो S है

[JEE(Main)2016]

- (1) केवल एक अवयव वाला समुच्चय है।
(2) केवल दो अवयव वाला समुच्चय है।
(3) दो से अधिक अवयव वाला समुच्चय है।
(4) एक रिक्त समुच्चय है।

Q.10 दो समुच्चय A और B के इस प्रकार हैं $A = \{(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : |a-5| < 1 \text{ और } |b-5| < 1\}$;

$B = \{(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : 4(a-6)^2 + 9(b-5)^2 \leq 36\}$. हो, तो

[JEE(Main) 2018]

- (1) $A \cap B = \phi$ (एक रिक्त समुच्चय)
(2) न तो $A \subset B$ न ही $B \subset A$
(3) $B \subset A$
(4) $A \subset B$

Q.11 माना $S = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0 \text{ और}$

$$2|\sqrt{x}-3| + \sqrt{x}(\sqrt{x}-6) + 6 = 0\}$$

हो, तो S है।

[JEE(Main)-2018]

- (1) केवल चार अवयव वाला समुच्चय है।
(2) एक रिक्त समुच्चय है।
(3) केवल एक अवयव वाला समुच्चय है।
(4) केवल दो अवयव वाला समुच्चय है।

Q.12 1 से 140 तक के 140 छात्रों की एक कक्षा में, सभी सम संख्या वाले छात्रों ने गणित पाठ्यक्रम को चुना, जिनकी संख्या 3 से विभाज्य है उन्होंने भौतिकी पाठ्यक्रम को चुना और जिनकी संख्या 5 से विभाज्य है उन्होंने रसायन विज्ञान पाठ्यक्रम को चुना हो, तो तीन पाठ्यक्रमों में से किसी एक को नहीं चुनने वाले छात्रों की संख्या है। [JEE Mains Online-2019]

- (1) 42 (2) 1 (3) 102 (4) 38

Q.13 माना $S = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ है S के अरिक्त उपसमुच्चय A की संख्या इस प्रकार है कि A में अवयवों का गुणनफल सम है: [JEE Mains Online-2019]

- (1) $2^{50} + 1$ (2) $2^{50} (2^{50} - 1)$
(3) $2^{50} - 1$ (4) $2^{100} - 1$

Q.14 माना Z पूर्णाकों का समुच्चय है। यदि $A = \{x \in Z : 2^{(x+2)(x^2-5x+6)} = 1\}$ $B = \{x \in Z - 3 < 2x - 1 < 9\}$ हो, तो समुच्चय $A \times B$ के उपसमुच्चयों की संख्या है। [JEE Mains Online-2019]

- (1) 2^{10} (2) 2^{15} (3) 2^{18} (4) 2^{12}

Q.15 यदि $A = \{x \in R : |x| < 2\}$ और $B = \{x \in R : |x - 2| \geq 3\}$ हो, तो: [JEE (Main) 2020]

- (1) $A - B = [-1, 2)$ (2) $A \cap B = (-2, -1)$
(3) $A \cup B = R - (2, 5)$ (4) $B - A = R - (-2, 5)$

Q.16 यदि $R = \{(x, y) : x, y \in Z, x^2 + 3y^2 \leq 8\}$ पूर्णांक Z के समुच्चय पर एक संबंध हो, तो R^{-1} का प्रांत है। [JEE (Main) 2020]

- (1) $\{0, 1\}$ (2) $\{-1, 0, 1\}$
(3) $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ (4) $\{-2, -1, 1, 2\}$

Q.17 माना R_1 और R_2 दो संबंध निम्नानुसार परिभाषित है। [JEE (Main) 2020]

$R_1 = \{(a, b) \in R^2 : a^2 + b^2 \in Q\}$ और

$R_2 = \{(a, b) \in R^2 : a^2 + b^2 \notin Q\}$ जहाँ Q

सभी परिमेय संख्याओं का समुच्चय हो, तो:

- (1) R_1 सक्रामक है लेकिन R_2 सक्रामक नहीं है।
(2) R_1 और R_2 दोनों सक्रामक हैं।
(3) R_2 सक्रामक है लेकिन R_1 सक्रामक नहीं है।
(4) न तो R_1 नही R_2 सक्रामक है।

Q.18 एक सर्वेक्षण दर्शाता है कि एक शहर में 63% लोग समाचार पत्र A पढ़ते हैं जबकि 76% लोग समाचार पत्र B पढ़ते हैं। यदि $x\%$ लोग दोनों समाचार पत्र पढ़ते हो, तो x का संभावित मान हो सकता है। [JEE (Main) 2020]

- (1) 55 (2) 65 (3) 29 (4) 37

Q.19 माना $\bigcup_{i=1}^{50} X_i = \bigcup_{i=1}^n Y_i = T$, जहाँ प्रत्येक X_i में 10 अवयव होते हैं और प्रत्येक Y_i में 5 अवयव होते हैं। यदि समुच्चय T का प्रत्येक अवयव समुच्चय X_i के ठीक 20 अवयव है और समुच्चय Y_i के ठीक 6 हो तो n के बराबर है:

[JEE (Main) 2020]

- (1) 15 (2) 50 (3) 30 (4) 45

Q.20 एक सर्वेक्षण दर्शाता है कि कार्यालय में काम करने वाले 73% व्यक्ति कॉफी पसंद करते हैं, जबकि 65% चाय पसंद करते हैं। यदि x उन लोगों का प्रतिशत दर्शाता है, जो कॉफी और चाय दोनों पसंद करते हैं, तो x नहीं हो सकता [JEE (Main) 2020]

- (1) 36 (2) 38 (3) 63 (4) 54

Q.21 माना $R = \{(P, Q) \mid P \text{ और } Q \text{ मूल बिंदु से समान दूरी पर हैं}\}$ एक संबंध हो, तो $(1, -1)$ का तुल्यता वर्ग समुच्चय है [JEE (Main) 2021]

- (1) $S = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 4\}$
(2) $S = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1\}$
(3) $S = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = \sqrt{2}\}$
(4) $S = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 2\}$

Q.22 माना $A = \{2, 3, 4, 5, \dots, 30\}$ और ' $\simeq$ ' $A \times A$ पर एक तुल्यता संबंध $(a, b) \simeq (c, d)$ द्वारा परिभाषित हो, यदि और केवल यदि $ad = bc$ हो, तो क्रमित युग्मों की संख्या जो क्रमित युग्म $(4, 3)$ के साथ इस तुल्यता संबंध को संतुष्ट करता है, बराबर है। [JEE (Main) 2021]

- (1) 5 (2) 6 (3) 8 (4) 7

Q.23 एक संबंध R को $n \times n$ वाले वर्ग के वास्तविक आव्यूहों A और B के रूप में परिभाषित कीजिए " ARB से यदि एक गैर-एकल आव्यूह P का अस्तित्व इस प्रकार है कि $PAP^{-1} = B$ " हो, तो निम्न में से कौन सा सत्य है? [JEE (Main) 2021]

- (1) R सममित, सक्रामक है लेकिन स्वतुल्य नहीं है।
(2) R स्वतुल्य है, सममित है लेकिन सक्रामक नहीं है।
(3) R एक तुल्यता संबंध है।
(4) R समतुल्य, सक्रामक लेकिन सममित नहीं है।

Q.24 माना $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ है तब A पर $B = \{T \subseteq A : \text{या तो } 1 \notin T \text{ या } 2 \in T\}$ और $C = \{T \subseteq A : T \text{ के सभी अवयवों का योग एक अभाज्य संख्या होती है}\}$ को परिभाषित किया गया है।

तो समुच्चय $B \cup C$ में अवयवों की संख्या है।

[JEE (Main) 2022]

Q.25 माना $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ और $B = \{3, 6, 7, 9\}$ हो, तो समुच्चय $\{C \subseteq A : C \cap B \neq \emptyset\}$ में अवयवों की संख्या है।

[JEE (Main) 2022]

Q.26 माना R_1 और R_2 , R पर $a R_1 b \Leftrightarrow ab \geq 0$ और $a R_2 b \Leftrightarrow a \geq b$ द्वारा परिभाषित दो संबंध हो, तो।

[JEE (Main) 2022]

- (1) R_1 एक तुल्यता संबंध है लेकिन R_2 नहीं।
- (2) R_2 एक तुल्यता संबंध है लेकिन R_1 नहीं।
- (3) दोनों R_1 और R_2 तुल्यता संबंध हैं।
- (4) कोई भी नहीं R_1 और R_2 is एक तुल्यता संबंध है।

Q.27 $\alpha \in \mathbb{N}$ के लिए, $\mathbb{N}$ पर $R = \{(x, y) : (3x + \alpha y), 7 \text{ गुणज है}\}$ द्वारा दिए गए संबंध R पर विचार कीजिए संबंध R तुल्यता संबंध है यदि और केवल यदि

[JEE (Main) 2022]

- (1) $\alpha = 14$
- (2) α का गुणज 4 है।
- (3) 4 जब α से 10 से विभाजित किया जाता है।
- (4) 4 α से 7 से विभाजित किया जाता है।

Q.28 माना $S = \left\{x \in [-6, 3] - \{-2, 2\} : \frac{|x+3|-1}{|x|-2} \geq 0\right\}$ और $T = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 - |x| + 9 \leq 0\}$ है, तब $S \cap T$ में अवयवों की संख्या है।

[JEE (Main) 2022]

- (1) 7
- (2) 5
- (3) 4
- (4) 3

Q.29 माना R समुच्चय $\{1, 2, 3, \dots, 60\}$ से स्वयं तक संबंध इस प्रकार है कि $R = \{(a, b) : b = pq, \text{ जहाँ } p, q \geq 3 \text{ अभाज्य संख्याएँ हैं}\}$ । तब R , में अवयवों की संख्या है।

[JEE (Main) 2022]

- (1) 600
- (2) 660
- (3) 540
- (4) 720

Q.30 समुच्चय $S = \left\{x \in \mathbb{R} : 2 \cos\left(\frac{x^2 + x}{6}\right) = 4^x + 4^{-x}\right\}$ में अवयवों की संख्या है।

[JEE (Main) 2022]

- (1) 1
- (2) 3
- (3) 0
- (4) अनंत

Q.31 मान लीजिए $a \neq b$ दो शून्येतर वास्तविक संख्याएँ हैं। तो समुच्चय $X = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(az^2 + bz) = a \text{ और } \operatorname{Re}(bz^2 + az) = b\}$ में अवयवों की संख्या के बराबर है

[JEE (Main) 2023]

- (1) 0
- (2) 1
- (3) 3
- (4) 2

Q.32 माना कि समुच्चय A और B में तत्वों की संख्या क्रमशः पाँच और दो है। तब $A \times B$ के उपसमुच्चयों की संख्या,

जिनमें से प्रत्येक में कम से कम 3 और अधिकतम 6 तत्व हैं, है

[JEE (Main) 2023]

- (1) 752
- (2) 782
- (3) 792
- (4) 772

Q.33 मान लीजिए $A = \{0, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10\}$ और R , A पर परिभाषित संबंध इस प्रकार है कि $R = \{(x, y) \in A \times A : x - y \text{ है, जो विषम धनात्मक पूर्णांक या } x - y = 2\}$ है। संबंध R में जोड़े जाने वाले तत्वों की न्यूनतम संख्या, ताकि यह एक सममित संबंध हो, _____ के बराबर है।

[JEE (Main) 2023]

Q.34 माना $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ । तब संबंध $R = \{(x, y) \in A \times A : x + y = 7\}$ है

[JEE (Main) 2023]

- (1) एक तुल्यता संबंध
- (2) सममित लेकिन न तो स्वतुल्य और न ही सक्रामक
- (3) सक्रामक लेकिन न तो सममित और न ही स्वतुल्य
- (4) स्वतुल्य लेकिन न तो सममित और न ही सक्रामक

Q.35 समुच्चय $\{n \in \mathbb{Z} : |n^2 - 10n + 19| < 6\}$ में तत्वों की संख्या _____ है।

[JEE (Main) 2023]

Q.36 माना $A = \{2, 3, 4\}$ और $B = \{8, 9, 12\}$ । तब संबंध $R = \{(a_1, b_1), (a_2, b_2) \in (A \times B, A \times B) : a_1 b_2 \text{ को विभाजित करती है और } a_2, b_1 \text{ को विभाजित करती है}\}$ में अवयवों की संख्या है।

[JEE (Main) 2023]

- (1) 36
- (2) 24
- (3) 18
- (4) 12

Q.37 एक संगठन ने इवेंट 'A' में 48 पदक, इवेंट 'B' में 25 और इवेंट 'C' में 18 पदक प्रदान किए। यदि ये पदक कुल 60 पुरुषों को मिले और तीनों स्पर्धाओं में केवल पाँच पुरुषों को पदक मिले, तो तीन में से ठीक दो स्पर्धाओं में कितनों को पदक मिले?

[JEE (Main) 2023]

- (1) 15
- (2) 21
- (3) 10
- (4) 9

JEE ADVANCED QUESTION

Q.38 फलन $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 48$ का समुच्चय $A = \{x : |x^2 + 20| \leq 9x\}$ पर अधिकतम मान है। _____

[IIT-JEE 2009]

Q.39 माना $S = \{1, 2, 3, 4\}$ है, S के असंयुक्त उपसमुच्चयों के अक्रमित युग्मों की कुल संख्या बराबर है

[JEE 2010]

- (1) 25
- (2) 34
- (3) 42
- (4) 41

Q.40 माना X ठीक 5 अवयवों वाला एक समुच्चय है और Y ठीक 7 अवयवों वाला समुच्चय है। यदि α , X से Y तक एकैकी फलनों की संख्या है और β , Y से X तक आच्छादक फलनों की संख्या हो, तो $\frac{1}{5!}(\beta - \alpha)$ का मान है। _____

[JEE(Advanced) 2018]

ANSWER KEY

JEE-FLASHBACK

Que.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Ans.	2	1	1	3	2	2	2	2	2	4	4	4	2	2	4
Que.	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Ans.	2	4	1	3	1	4	4	3	107	112	4	4	4	2	1
Que.	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40					
Ans.	1	3	19	2	6	1	2	7	4	119					

