Chapter 03

द्विघात समीकरण (Quadratic Equation)

JEE-FLASHBACK

JEE MAINS QUESTION

Q.1 यदि $a \in R$ और समीकरण $-3(x-[x])^2+2(x-[x])+a^2=0$ (जहां [x] महत्तम पूर्णांक फलन दर्शाता है $\le x$) का कोई पूर्णांक हल नहीं है, तो a के सभी संभावित मान के लिए अंतराल **[JEE(Main) 2014]**

(1) $(-2,-1)$ (2) $(-\infty,-2)\cup(2,\infty)$

(3) $(-1,0)\cup(0,1)$ (4) $(1,2)$

Q.2 माना α तथा β समीकरण $px^2+qx+r=0$, $p\neq 0$ के मूल हो, यदि p, q , r, A.P में हैं और $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=4$, तो $|\alpha-\beta|$ का मान है : **[JEE(Main)2014]**

(1) $\frac{\sqrt{34}}{9}$ (2) $\frac{2\sqrt{13}}{9}$ (3) $\frac{\sqrt{61}}{9}$ (4) $\frac{2\sqrt{17}}{9}$

Q.3 माना α तथा β समीकरण $x^2-6x-2=0$ के मूल हो। यदि $a_n=\alpha^n-\beta^n$, $n\ge 1$ तो $\frac{a_{10}-2a_8}{2a_9}$ का मान बराबर है : **[JEEMain)2015]**

(1) 6 (2) -6 (3) 3 (4) -3

Q.4 समीकरण $\left(x^2-5x+5\right)^{x^2+4x-60}=1$ को संतुष्ट करने वाले x के सभी वास्तविक मानों का योग है :– **[JEE-MAIN-2016]**

(1) 5 (2) 3 (3) -4 (4) 6

Q.5 यदि समीकरण $x^2+ax+1=0$ के मूलों के बीच का अंतर $\sqrt{5}$ से कम है, तो a के संभावित मानों का समुच्चय है– **[JEE-2017]**

(1) $(-3,3)$ (2) $(-3,\infty)$ (3) $(3,\infty)$ (4) $(-\infty,-3)$

Q.6 α के सभी संभावित धनात्मक पूर्णांक मानो की संख्या जिसके लिए द्विघात समीकरण, $6x^2-11x+\alpha=0$ के मूल परिमेय संख्याएँ है : **[JEE(Main) 2019]**

(1) 3 (2) 4 (3) 5 (4) 2

Q.7 यदि λ, x में द्विघात समीकरण $3m^2x^2+m(m-4)x+2=0$ के मूलों का अनुपात हो, तो m का न्यूनतम मान जिसके लिए $\lambda+\frac{1}{\lambda}=1$, है **[JEE(Main) 2019]**

(1) $-2+\sqrt{2}$ (2) $4-3\sqrt{2}$

(3) $2-\sqrt{3}$ (4) $4-2\sqrt{3}$

Q.8 मान लीजिए α और β समीकरण $(k+1)\tan^2x-\sqrt{2}\cdot\lambda\tan x=(1-k)$ के दो वास्तविक मूल हैं जहाँ $k(\neq -1)$ और λ वास्तविक संख्याएँ हैं। यदि $\tan^2(\alpha+\beta)=50$ तो λ का मान है : **[JEE-MAIN-2020]**

(1) 10 (2) $5\sqrt{2}$ (3) 5 (4) $10\sqrt{2}$

Q.9 मान लीजिए α और β समीकरण $x^2-x-1=0$. के मूल हैं। यदि $p_k=(\alpha)^k+(\beta)^k$, $k\ge 1$, तो निम्नलिखित में से कौन सा कथन सत्य नहीं है **[JEE-MAIN-2020]**

(1) $p_3=p_5-p_4$

(2) $(p_1+p_2+p_3+p_4+p_5)=26$

(3) $p_5=11$

(4) $p_5=p_2\cdot p_3$

Q.10 मान लीजिए S समीकरण $3^x(3^x-1)+2=|3^x-1|+|3^x-2|$ के सभी वास्तविक मूलों का समुच्चय है, तब S. **[JEE-MAIN-2020]**

(1) ठीक दो अवयव रखता हैं

(2) कम से कम चार अवयव रखता हैं

(3) एक रिक्त समुच्चय

(4) एकल समुच्चय है

Q.11 मान लीजिए $a, b \in R$, $a\neq 0$ इस प्रकार हो कि समीकरण, $ax^2-2bx+5=0$ का पुनरावृत्ति मूल α है, जो समीकरण $x^2-2bx-10=0$ का भी मूल है, यदि β इस समीकरण का दूसरा मूल है, तो $\alpha^2+\beta^2$ बराबर है: **[JEE-MAIN-2020]**

(1) 25 (2) 28 (3) 26 (4) 24

Q.12 मान लीजिए α और β समीकरण $5x^2+6x-2=0$ के मूल हैं, यदि $S_n=\alpha^n+\beta^n$, $n=1,2,3,....$, तो: **[JEE-MAIN-2020]**

(1) $6S_6+5S_5=2S_4$ (2) $5S_6+6S_5=2S_4$

(3) $6S_6+5S_5+2S_4=0$ (4) $5S_6+6S_5+2S_4=0$

Q.13 माना $f(x)$ एक द्विघात बहुपद इस प्रकार है कि

$f(-1)+f(2)=0$ यदि $f(x)=0$ के मूलों में से एक 3 है, तो इसका दूसरा मूल इसमें है **[JEE-MAIN-2020]**

(1) (0, 1) (2) (–3, –1) (3) (–1, 0) (4) (1, 3)

Q.14 यदि α और β समीकरण $x^2+px+2=0$ के मूल हैं और $\frac{1}{\alpha}$ तथा $\frac{1}{\beta}$ समीकरण $2x^2+2qx+1=0$ के मूल हैं, तो $\left(\alpha-\frac{1}{\alpha}\right)\left(\beta-\frac{1}{\beta}\right)\left(\alpha+\frac{1}{\beta}\right)\left(\beta+\frac{1}{\alpha}\right)$ बराबर है

[JEE-MAIN-2020]

(1) $\frac{9}{4}(9+q^2)$ (2) $\frac{9}{4}(9-p^2)$

(3) $\frac{9}{4}(9-q^2)$ (4) $\frac{9}{4}(9+p^2)$

Q.15 मान लीजिए α और β, $x^2-3x+p=0$ के मूल हैं और γ और δ, $x^2-6x+q=0$ के मूल हैं। यदि $\alpha,\beta,\gamma,\delta$ एक गुणोत्तर श्रेणी बनाते हैं। तब अनुपात $(2q+p):(2q-p)$ है : **[JEE-MAIN-2020]**

(1) 3 : 1 (2) 5 : 3 (3) 9 : 7 (4) 33 : 31

Q.16 मान लीजिए $\lambda\neq0, R$ में है। यदि α और β समीकरण $x^2-x+2\lambda=0$ के मूल हैं, α और γ समीकरण $3x^2-10x+27\lambda=0$ के मूल हैं, तो $\frac{\beta\gamma}{\lambda}$ है। **[JEE-MAIN-2020]**

(1) 9 (2) 36 (3) 18 (4) 27

Q.17 यदि α और β समीकरण $7x^2-3x-2=0$ के मूल हैं, तो $\frac{\alpha}{1-\alpha^2}+\frac{\beta}{1-\beta^2}$ का मान बराबर है :

[JEE-MAIN-2020]

(1) $\frac{3}{8}$ (2) $\frac{1}{24}$ (3) $\frac{27}{16}$ (4) $\frac{27}{32}$

Q.18 यदि α और β समीकरण $x^2-64x+256=0$ के दो मूल हों फिर $\left(\frac{\alpha^3}{\beta^5}\right)^{\frac{1}{8}}+\left(\frac{\beta^3}{\alpha^5}\right)^{\frac{1}{8}}$ का मान है

[JEE-MAIN-2020]

(1) 1 (2) 3 (3) 4 (4) 2

Q.19 यदि α और β समीकरण $2x(2x+1)=1$ के मूल हैं, तो β बराबर है **[JEE-MAIN-2020]**

(1) $2\alpha^2$ (2) $2\alpha(\alpha+1)$

(3) $-2\alpha(\alpha+1)$ (4) $2\alpha(\alpha-1)$

Q.20 मान लीजिए p और q दो धनात्मक संख्याएँ इस प्रकार हैं कि $p+q=2$ और $p^4+q^4=272$ तब p और q समीकरण के मूल हैं: **[JEE-MAIN-2021]**

(1) $x^2-2x+2=0$ (2) $x^2-2x+8=0$

(3) $x^2-2x+136=0$ (4) $x^2-2x+16=0$

Q.21 मान लीजिए a, b, c समांतर श्रेणी में हैं। मान लें कि त्रिभुज के शीर्ष (a, c), (2, b) और (a, b), और केन्द्रक $\left(\frac{10}{3},\frac{7}{3}\right)$ है। यदि α,β समीकरण $ax^2+bx+1=0$ के मूल हैं, तो $\alpha^2+\beta^2-\alpha\beta$ का मान है :

[JEE-MAIN-2021]

(1) $\frac{71}{256}$ (2) $\frac{69}{256}$ (3) $-\frac{69}{256}$ (4) $-\frac{71}{256}$

Q.22 पूर्णांक 'k' जिसके लिए असमिका $x^2-2(3k-1)x+8k^2-7>0$ प्रत्येक $x\in R$ के लिए मान्य है, : **[JEE-MAIN-2021]**

(1) 3 (2) 2 (3) 0 (4) 4

Q.23 यदि $\alpha,\beta\in R$ इस प्रकार हैं कि $1-2i$ (यहाँ $i^2=-1$) $z^2+\alpha z+\beta=0$ का मूल है तब $(\alpha-\beta)$ बराबर है: **[JEE-MAIN-2021]**

(1) –3 (2) –7 (3) 7 (4) 3

Q.24 माना α और β , $x^2-6x-2=0$ के मूल हों। यदि $a_n=\alpha^n-\beta^n$ $n\geq1$ के लिए तब $\frac{a_{10}-2a_8}{3a_9}$ का मान है: **[JEE-MAIN-2021]**

(1) 2 (2) 1 (3) 4 (4) 3

Q.25 समीकरण $x^2-|x|-12=0$ के वास्तविक हलों की संख्या, है : **[JEE-MAIN-2021]**

(1) 2 (2) 3 (3) 1 (4) 4

Q.26 यदि $\alpha=\max_{x\in R}\left\{8^{2\sin3x}.4^{4\cos3x}\right\}$ और $\beta=\min_{x\in R}\left\{8^{2\sin3x}.4^{4\cos3x}\right\}$. एक द्विघात समीकरण $8x^2+bx+c=0$ है जिसके मूल $\alpha^{1/5}$ तथा $\beta^{1/5}$ है तो $c-b$ का मान बराबर है **[JEE-MAIN-2021]**

(1) 42 (2) 47 (3)43 (4) 50

Q.27 माना α,β समीकरण $x^2+(20)^{1/4}x+(5)^{1/2}=0.$ के दो मूल है तब $\alpha^8+\beta^8$ के बराबर है **[JEE-MAIN-2021]**

(1) 10 (2) 100 (3) 50 (4) 160

Q.28 'a' का न्यूनतम धनात्मक मान जिसके लिए समीकरण, $2x^2+(a-10)x+\frac{33}{2}=2a$ के वास्तविक मूल _____ हैं। **[JEE-MAIN-2021]**

Q.29 समीकरण $(x+1)^2+|x-5|=\frac{27}{4}$ के वास्तविक मूलों की संख्या _____ है **[JEE-MAIN-2021]**

Q.30 यदि समीकरण $3x^2+\lambda x-1=0$ के मूलों α और β के व्युत्क्रमों के वर्गों का योग 15 है, तो $6(\alpha^3+\beta^3)^2$ बराबर है **[JEE MAIN 2022]**

(1) 18 (2) 24 (3) 36 (96)

Q.31 मान लीजिए $a,b\in R$ इस प्रकार है कि समीकरण $ax^2-2bx+15=0$ का एक पुनरावृत्ति मूल α है।

यदि α और β समीकरण $x^2 - 2bx + 21 = 0$ के मूल हैं, तो $\alpha^2 + \beta^2$ बराबर है **[JEE MAIN 2022]**
(1) 37 (2) 58 (3) 68 (4) 92

Q.32 मान लीजिए α और β समीकरण $x^2 + (2i - 1)=0$ के मूल हैं। तब $\left|\alpha^8 + \beta^8\right|$ का मान इसके बराबर है: **[JEE MAIN 2022]**
(1) 50 (2) 250 (3) 1250 (4) 1500

Q.33 यदि समीकरण $e^{2x} - 11e^{x} - 45^{-x} + \frac{81}{2} = 0$ के सभी मूलो का योग $\log_e p$ है, तो p _____ के बराबर है। **[JEE MAIN 2022]**

Q.34 यदि $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ समीकरण $x^4 + x^3 + x^2 + x = 1 = 0$ के मूल है तब $\alpha^{2021} + \beta^{2021} + \gamma^{2021} + \delta^{2021}$ के बराबर है: **[JEE MAIN 2022]**
(1) -4 (2) -1 (3) 1 (4) 4

Q.35 $x^2 + (3 - a)x + 1 = 2a$ के मूलों के वर्गों के योग का न्यूनतम मान है **[JEE MAIN 2022]**
(1) 4 (2) 5 (3) 6 (4) 8

Q.36 माना α, β समीकरण $x^2 - \sqrt{2}x + \sqrt{6} = 0$ के मूल और $\frac{1}{\alpha^2} + 1, \frac{1}{\beta^2} + 1$ समीकरण $x^2 + ax + b = 0$ के मूल है तब समीकरण $x^2 - (a + b - 2)x + (a + b + 2) = 0$ के मूल हैं: **[JEE MAIN 2022]**
(1) अवास्तविक सम्मिश्र संख्याएँ
(2) वास्तविक और दोनों ऋणात्मक
(3) वास्तविक और धनात्मक दोनों
(4) वास्तविक और उनमें से ठीक एक धनात्मक है

Q.37 प्राकृतिक संख्या n के लिए, $\alpha_n = 19^n - 12^n$ है तो, $\frac{31\alpha_9 - \alpha_{10}}{57\alpha_8}$ का मान _____ है। **[JEE MAIN 2022]**

Q.38 मान लीजिए α, β, γ समीकरण $x^3 + bx + c = 0$ के तीन मूल हैं। यदि $\beta\gamma = 1 = -\alpha$, तो $b^3 + 2c^3 - 3\alpha^3 - 6\beta^3 - 8\gamma^3$ बराबर है **[JEE MAIN 2023]**
(1) $\frac{155}{8}$ (2) 21 (3) $\frac{169}{8}$ (4) 19

Q.39 मान लीजिए m और n द्विघात समीकरण क्रमशः $x^2 - 12x + [x] + 31 = 0$ और $x^2 - 5|x + 2| - 4 = 0$ वास्तविक मूलों की संख्या हैं जहां [x] महत्तम पूर्णांक $\le x$ को दर्शाता है। तब $m^2 + mn + n^2$ _____ के बराबर है। **[JEE MAIN 2023]**

Q.40 यदि a और b समीकरण $x^2 - 7x - 1 = 0$ के मूल हैं, तो $\frac{a^{21} + b^{21} + a^{17} + b^{17}}{a^{19} + b^{19}}$ का मान ____ के बराबर है **[JEE MAIN 2023]**

JEE ADVANCED QUESTION

Q.41 वास्तविक गुणांक वाले द्विघात समीकरण $p(x) = 0$ के विशुद्ध रूप से काल्पनिक मूल हैं। तब समीकरण $p(p(x)) = 0$ के **[JEE (Advanced) 2014]**
(1) केवल विशुद्ध रूप से काल्पनिक मूल
(2) सभी वास्तविक मूल
(3) दो वास्तविक और दो विशुद्ध रूप से काल्पनिक मूल
(4) न तो वास्तविक और न ही विशुद्ध रूप से काल्पनिक मूल

Q.42 मान लीजिए S सभी अशून्य वास्तविक संख्याओं α का समुच्चय इस प्रकार है कि द्विघात समीकरण $\alpha x^2 - x + \alpha = 0$ के दो भिन्न वास्तविक मूल x_1 और x_2 हैं जो असमिका $|x_1 - x_2| < 1$ को संतुष्ट करते हैं निम्नलिखित में से कौन सा अंतराल S का एक उपसमुच्चय है **[JEE (Advanced) 2015]**
(1) $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$ (2) $\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}, 0\right)$
(3) $\left(0, \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$ (4) $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{1}{2}\right)$

Q.43 माना $-\frac{\pi}{6} < \theta < -\frac{\pi}{12}$ मान लीजिए α_1 तथा β_1 समीकरण $x^2 - 2x\sec\theta + 1 = 0$ के मूल है। α_2 और β_2 समीकरण $x^2 + 2x\tan\theta - 1 = 0$ के मूल है। यदि $\alpha_1 > \beta_1$ तथा $\alpha_2 > \beta_2$, तब $\alpha_1 + \beta_2$ बराबर है **[JEE (Advanced) 2016]**
(1) $2(\sec\theta - \tan\theta)$ (2) $2\sec\theta$
(3) $-2\tan\theta$ (4) 0

गद्यांश (प्रश्न 44 और 45)

मान लीजिए p, q पूर्णांक हैं और मान लीजिए α, β समीकरण $x^2 - x - 1 = 0$ के मूल है जहाँ $\alpha \neq \beta$, n = 0,1,2,...., के लिए, मान लीजिए $a_n = p\alpha^n + q\beta^n$
तथ्य : यदि a और b परिमेय संख्याएँ हैं और $a + b\sqrt{5} = 0$, तब $a = 0 = b$.

Q.44 a_{12} = **[JEE(Advanced) 2017]**
(1) $a_{11} + 2a_{10}$ (2) $2a_{11} + a_{10}$
(3) $a_{11} - a_{10}$ (4) $a_{11} + a_{10}$

Q.45 यदि $a_4 = 28$ तो $p + 2q$ = **[JEE(Advanced) 2017]**
(1) 14 (2) 7 (3) 21 (4) 12

Q.46 माना α और β $x^2 - x - 1 = 0$ के मूल हैं, जिनमें $\alpha > \beta$ है। सभी धनात्मक पूर्णांक n के लिए $a_n = \frac{\alpha^n - \beta^n}{\alpha - \beta}, n \ge 1$, $b_1 = 1$ और $b_n = a_{n-1} + a_{n+1}$, $n \ge 2$ परिभाषित है।
तो निम्नलिखित विकल्प सही है/हैं? **[JEE(Advanced) 2019]**

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{10^n} = \frac{10}{89}$

KHAN GLOBAL STUDIES Most Trusted Learning Platform KHAN SIR

(2) $b_n = \alpha^n + \beta^n$ सभी $n \geq 1$ के लिए

(3) $a_1 + a_2 + ...+ a_n = a_{n+2} - 1$ सभी $n \geq 1$ के लिए

(4) $x^2 \geq 1$

Q.47 मान लीजिए a, b द्विघात बहुपद $x^2 + 20x - 2020$ की भिन्न वास्तविक मूलो को दर्शाता है और मान लीजिए कि c, d द्विघात बहुपद $x^2 + 20x - 2020$ की भिन्न सम्मिश्र मूलो को दर्शाता है। तब ac(a-c) + ad(a-d) + bc(b-c) + bd(b-d) का मान है।**[JEE(Advanced) 2020]**

(1) 0 (2) 8000 (3) 8080 (4) 16000

Q.48 $x \in \mathbb{R}$ के लिए, समीकरण $3x^2 - 4|x^2 - 1| + x - 1 = 0$ के वास्तविक मूलों की संख्या _____ है। **[JEE(Advanced) 2021]**

KHAN GLOBAL STUDIES Most Trusted Learning Platform KHAN SIR

ANSWER KEY

JEE FLASHBACK

Que.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Ans.	3	2	3	2	1	1	2	1	4	4	1	2	3	2	3
Que.	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Ans.	3	3	4	3	4	4	1	2	1	1	1	3	8	2	2
Que.	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
Ans.	2	1	45	2	3	2	4	4	09.00	51	4	1,4	3	4	4
Que.	46	47	48												
Ans.	1,2,3	4	4												

KHAN GLOBAL STUDIES
Most Trusted Learning Platform
KHAN SIR