KHAN G.S. RESEARCH CENTRE

Kisan Cold Storage, Sai Mandir, Musallahpur Hatt, Patna-6

Mob. : 8877918018, 8757354880

By : Khan Sir
(मानचित्र विशेषज्ञ)

Time : 8 to 9 AM

PHYSICS

सदिश तथा अदिश (Vector & Scalar)

☛ **अदिश राशि (Scalar Quantity) :** वैसी राशियाँ जिसमें केवल परिमाण होता है किन्तु दिशा नहीं होती है उसे अदिश राशि कहते हैं।

जैसे- द्रव्यमान, समय, दाब, ऊर्जा, क्षेत्रफल, आयतन लम्बाई, धारा इत्यादि।

- यह साधारण बीजगणित के नियमों का पालन करती है ।

नोट : धारा की दिशा होती है किन्तु वह सदिश के योग का नियम का पालन नहीं करता है।

☛ **सदिश राशि (Vector Quantity) :** वैसी राशियाँ जिनका परिमाप के साथ दिशा भी हो उसे सदिश राशि कहते हैं।

जैसे-विस्थापन, वेग, त्वरण, बल, संवेग, आवेग, विद्युत क्षेत्र की तीव्रता, चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता, भार।

Trick : व / ब / ण

- विस्थापन, वेग, त्वरण, संवेग, आवेग, विद्युत ध्रुव, तीव्रता
- घर्षण, आघूर्ण, गुरुत्वाकर्षण

अपवाद : दाब, घनत्व, द्रव्यमान, विद्युत धारा, विभव

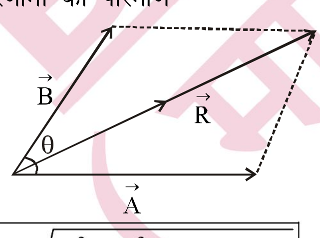
- यह साधारण बीजगणित के नियमों का पालन नहीं करती है ।

सदिशों का निरूपण (Representation of a Vector) : सदिशों को निरूपित करने के लिए किसी भी भौतिक राशि के ऊपर तीर के चिन्ह (→) का प्रयोग किया जाता है जहाँ तीर का माथा उसकी दिशा को बताता है तथा उसकी लम्बाई उसके परिमाण को बताता है ।

$\vec{A}$ A

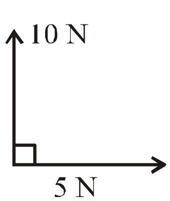
सदिश   अदिश

- **सदिशों के जोड़ का नियम :** सदिश राशि को जोड़ने के लिए त्रिभुज नियम या समानान्तर चतुर्भुज का नियम का पालन करते हैं।
- **समांतर चतुर्भुज का नियम (Law of Parallelogram) :** यदि कोई दो सदिश A और B एक दूसरे से θ कोण पर हों तो उसके परिणामी का परिमाण–



$$\boxed{R=\sqrt{A^2+B^2+2AB\cos\theta}}$$

1. 10 N का बल उत्तर दिशा में तथा 5N का एक बल पूरब दिशा में कार्य करता है। इनके बीच का परिणामी बल ज्ञात करें।



$$\boxed{R=\sqrt{A^2+B^2+2AB\cos\theta}}$$

$$R=\sqrt{10^2+5^2+2\times10\times5\cos90}$$

$$=\sqrt{100+25+100\times0}=\sqrt{125+0}$$

$$=\sqrt{125}=\sqrt{25\times5}=5\sqrt{5}$$

Remark : जब θ = 0° होगा तो परिणामी अधिकतम होगा।

$$R=\sqrt{A^2+B^2+2AB\cos\theta}$$

$$=\sqrt{A^2B^2+2AB\cos\theta}$$

$$=\sqrt{A^2+B^2+2AB\times1}$$

$$=\sqrt{A^2+B^2+2AB}=\sqrt{(A+B)^2} \quad \boxed{R_{max}=(A+B)}$$

Remark : जब θ = 180° होगा तो परिणामी न्यूनतम होगा ?

$$R_{min}=\sqrt{A^2+B^2+2AB\cos180}$$

$$=\sqrt{A^2+B^2+2AB\times-1} \quad \boxed{\cos180=-1}$$

$$=\sqrt{A^2+B^2-2AB}=\sqrt{(A-B)^2}$$

$$\boxed{R_{min}=(A-B)}$$

* $\boxed{Rang=min\longrightarrow Max}$

Minimum से कम तथा Maximum से ज्यादा मान संभव नहीं है।

Q. 10 N तथा 5 N के दो बल का परिणामी कभी भी नहीं होगा।

(A) 8 N (B) 15 N (C) 12 N (D) 3 N ✔ (Min Range से कम है।)

Sol^n : $Min = A - B$ $Max = A + B$

$= 10 - 5$ $= 10 + 5$

$= 5$ $= 15$

$Range = 5 \rightarrow 15$

Q. दो बल जिनका मान समान है यदि इनका परिणामी भी सामान हो जाए तो इनके बीच का कोण ज्ञात करें।

Sol^n : $A = B = R$ (माना)   माना $R = x$

$$R=\sqrt{A^2+B^2+2AB\cos\theta}$$

$$x=\sqrt{x^2+x^2+2\times x\times x\cos\theta}$$

$$x=\sqrt{2x^2+2x^2\cos\theta},\quad x=\sqrt{2x^2(1+\cos\theta)}$$

Squaring Both Side, $x^2=2x^2(1+\cos\theta)$

$$\frac{1}{2}=1+\cos\theta$$

$$\frac{1}{2}-1=\cos\theta$$

$$-\frac{1}{2}=\cos\theta$$

$\cos\theta=\cos 120$

$\theta=120$

Q. दो समान बल का परिणामी दोनों बलों के योग के बराबर है उनके बीच का कोण ज्ञात करें।

Sol^n : $A=B=x$ (माना)

$R=A+B$

$=x+x=2x$

$$R=\sqrt{A^2+B^2+2AB\cos\theta}$$

$$2x=\sqrt{x^2+x^2+2x^2\cos\theta}$$

$$2x^2=\sqrt{2x^2+2x^2\cos\theta}$$

$$2x^2=\sqrt{2x^2(1+\cos\theta)}$$

Squaring Both side

$$4x^2=2x^2(1+\cos\theta)$$

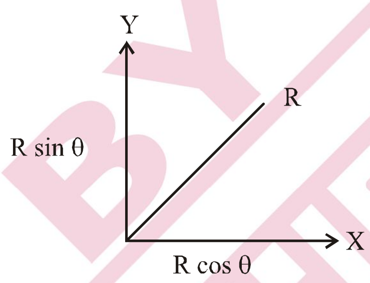
$2=1+\cos\theta$

$1=\cos\theta$

$\cos\theta=\cos\theta$

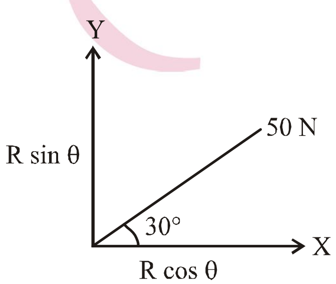
$\boxed{\theta=0}$

- **सदिश का वियोजन (Dissociation of Vector) :** जब दो सदिश का परिणामी दिया हो तो x अक्ष y अक्ष पर मान ज्ञात करने के लिए
  x अक्ष के लिए $R\cos\theta$
  y अक्ष के लिए $R\sin\theta$



Q. 50N का एक बल 30 अंश के कोण पर कार्य कर रहा है। x तथा y पर परिणामी ज्ञात करें।

Sol^n :



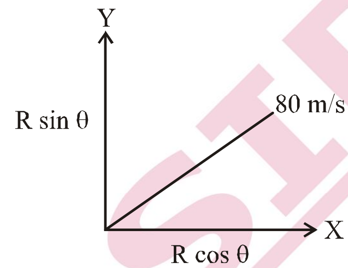
X अक्ष $=R\cos\theta$ | Y अक्ष $=R\sin\theta$

$50\cos 30$ | $50\sin 30$

$50\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $50\times\frac{1}{2}$

$25\sqrt{3}N$ | $=25\ N$

Q. 80 m/s के वेग से गतिशील एक वस्तु 45 अंश के कोण पर गतिशील है तो x तथा y अक्ष का मान ज्ञात करें।



x अक्ष $=R\cos\theta$ | y अक्ष $R\sin\theta$

$80\times\cos 45$ | $80\times\sin 45$

$80\times\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $80\times\frac{1}{\sqrt{2}}$

$2\times 40\times\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $2\times 40\times\frac{1}{\sqrt{2}}$

$40\sqrt{2}\ N$ | $40\sqrt{2}\ N$

Remarks : दो भिन्न- भिन्न सदिश का परिणामी कभी भी शून्य नहीं हो सकता और न ही ऋणात्मक।

$A=5N$

$B=12N$

$Max=A+B=17$

$Min=A-B=-7$ ✗

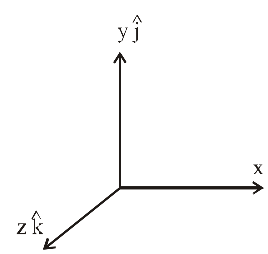
$B-A=7$ ✔

- इकाई सदिश (Unit Vector) = इकाई सदिश दिशा को दिखाते हैं।

x अक्ष $=\hat{i}$

y अक्ष $=\hat{j}$

z अक्ष $=\hat{k}$



- **इकाई सदिश का परिणामी**

Q. एक वस्तु का वेग $12\hat{i}+5\hat{j}$ है तो परिणामी ज्ञात करें।

$$R=\sqrt{A^2+B^2}$$

$$=\sqrt{12^2+5^2}=\sqrt{144+25}=\sqrt{169}=13 \text{ इकाई}$$

Q. एक वस्तु का $10\hat{i}+5\hat{j}+3\hat{k}$ है तो परिणामी ज्ञात करें।

$$R=\sqrt{A^2+B^2+C^2}$$

$$=\sqrt{10^2+5^2+3^2}$$

$$=\sqrt{100+25+9}$$

$$=\sqrt{134}\text{ इकाई}$$

BY KHAN SIR (मानचित्र विशेषज्ञ)

सदिशों का गुणनफल
(Multiplication of Vector)

(A) सदिशों का अदिश गुणनफल : सदिशों के अदिश गुणनफल को Dot (·) से सुचित किया जाता है।

- यदि कोई दो सदिश A और B एक दूसरे से θ कोण पर हों, तो उनका **अदिश गुणनफल** dot product $\boxed{\vec{A}\cdot\vec{B}=AB\cos\theta}$
- सदिशों का अदिश गुणनफल एक अदिश राशि होता है।

(B) सदिशों का सदिश गुणनफल : सदिशों के सदिश गुणनफल को Cross (×) से सूचित किया जाता है।

- यदि कोई दो सदिश A और B एक दूसरे से θ कोण पर हो तो उनका सदिश गुणनफल–

  $\boxed{\vec{A}\times\vec{B}=AB\sin\theta}$ होता है।

❖ सदिशों का सदिश गुणनफल एक सदिश राशि होता है।

Q. 20N तथा 5N के दो बल 30 अंश के कोण पर कार्य कर रहे हैं इनके सदिश तथा अदिश गुणन ज्ञात करें।

सदिश गुणन $=A\times B(\sin\theta)$	अदिश गुणन $=A.B\cos\theta$
$20\times5\sin30$	$20\times5\cos30$
$20\times5\times\frac{1}{2}$	$20\times5\times\frac{\sqrt{3}}{2}$
50	$50\sqrt{3}$

Q. दो सदिश के सदिश गुणन तथा अदिश गुणन आपस में बराबर है।

$A\times B=A.B$

$A.B\sin\theta=A.B\cos\theta$

$\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=1$

$\tan\theta=1$ $\boxed{\theta=45}$

Q. दो सदिश का सदिश गुणन उनके अदिश गुणन से $\sqrt{3}$ गुणा है कोण ज्ञात करें–

सदिश गुणन = अदिश गुणन $\times\sqrt{3}$

$A\times B=A.B.\sqrt{3}$

$A.B.\sin\theta=A.B\cos\theta\times\sqrt{3}$

$\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\sqrt{3}$

$\tan\theta=\sqrt{3}$ $\boxed{\theta=60}$

Q. बल तथा विस्थापन का अदिश गुणन कार्य होता है यदि बल 60° अंश पर 40N का लगे तो 2M विस्थापन पर कार्य बताएँ।

$W=f\times s\cos\theta$ (×)

$W=f.s\cos\theta$ (✔)

$=40\times2\cos60=40\times2\times\frac{1}{2}=40=40\text{ J}$

Q. बल द्रव्यमान तथा त्वरण का सदिश गुणन होता है। यदि 40 kg की वस्तु तथा 30° के कोण पर कार्य कर रहे 8 m/s² के त्वरण द्वारा उत्पन्न बल ज्ञात करें।

$f=m\times a\sin\theta=40\times8\times\frac{1}{2}=160\text{ N}$

Q. यदि बल $12\hat{i}$ हो तथा विस्थापन $20\hat{j}$ हो तो कार्य बताएं।

$W=f.s$

$(12\hat{i})\times(20\hat{j})$ [∵ i तथा j के बीच $\theta=90°,\cos90°=0$]

$=0$

Q. यदि बल $5\hat{i}+6\hat{j}+7\hat{k}$ हो तथा विस्थापन $3\hat{i}+4\hat{j}+5\hat{k}$ हो तो कार्य ज्ञात करें।

$(5\hat{i}+6\hat{j}+7\hat{k})(3\hat{i}+4\hat{j}+5\hat{k})=15+24+35=74$

Q. बल एक सदिश राशि है यदि द्रव्यमान $3\hat{i}$ तथा त्वरण $12\hat{i}$ हो तो बल ज्ञात करें।

बल $=m\times a$

$(3\hat{i})\times(12\hat{i})$ [∵ i तथा j के बीच $\theta=0°,\sin0°=0$]

$=0$

(Objective Questions) वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. अदिश × अदिश = ?
(a) सदिश (b) अदिश ✔ (c) (a) या (b) (d) इनमें से कोई नहीं

2. सदिश × सदिश = ?
(a) सदिश ✔ (b) अदिश (c) (a) या (b) (d) इनमें से कोई नहीं

3. अदिश × सदिश = ?
(a) सदिश (b) अदिश ✔ (c) (a) या (b) (d) इनमें से कोई नहीं

4. अदिश राशि के उदाहरण है?
(a) बल (b) त्वरण (c) तापमान ✔ (d) संवेग

5. सदिश राशि के उदाहरण है ?
(a) बल आघूर्ण ✔ (b) लंबाई (c) घनत्व (d) आवृत्ति

6. निम्नलिखित में से किस समूह में सभी राशियाँ सदिश हैं ?
(a) कार्य, ऊर्जा, बल (b) चाल, त्वरण, वेग
(c) वेग, त्वरण, बल ✔ (d) ऊष्मा, प्रकाश, विद्युत्

7. समानांतर चतुर्भुज बल के नियम मूलतः कितने परिणाम की गणना के लिए प्रयुक्त किए जाते हैं ?
(a) चार बल (b) तीन बल (c) दो बल ✔ (d) पाँच बल

8. किसी सदिश का घटक होता है ?
(a) सदा इसके परिणाम से कम
(b) सदा इसके परिमाण से अधिक
(c) सदा इसके परिमाण के बराबर
(d) सदिश के परिमाण के बराबर या इससे कम ✔

9. दो सदिशों के गुणनफल से प्राप्त राशि होता है–
(a) सदिश (b) अदिश
(c) (a) या (b) ✔ (d) इनमें से कोई नहीं

10. शून्य परिणामी उत्पन्न करने के लिए समान परिमाण के आवश्यक सदिशों की न्यूनतम संख्या है ?
(a) दो ✔ (b) तीन
(c) चार (d) चार से अधिक

BY KHAN SIR (मानचित्र विशेषज्ञ)

रेखीय गति (LINEAR MOTION)

न्युनतम दूरी = विस्थापन (Displacement)

दूरी (Distance)

किसी खास समय में चले गये पथ की कुल लंबाई को दूरी कहते हैं।

- दूरी एक "अदिश" राशि है।
- दूरी का S.I मात्रक "मीटर" होता है।

विस्थापन (Displacement)

न्युनतम दूरी को विस्थापन कहते हैं।

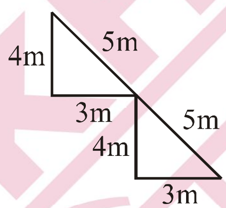
- विस्थापन "सदिश" राशि है।
- विस्थापन का S.I मात्रक "मीटर" होता है।
- दूरी और विस्थापन का अनुपात हमेशा 1 से बड़ा या बराबर होता है।

$$\frac{\text{दूरी}}{\text{विस्थापन}} \geq 1$$

Q. नीचे दिये गये चित्र में दूरी और विस्थापन का मान क्या होगा ?

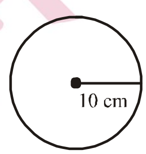
Sol : दूरी = 4 + 3 + 4 + 3 = 14m

विस्थापन= 5 + 5 = 10m



Q. अगर कोई व्यक्ति किसी वृत्ताकार पथ पर 3½चक्कर लगाती है तो व्यक्ति द्वारा तय की गई दूरी और विस्थापन क्या होगा ? अगर वृत्ताकार पथ की त्रिज्या 10m हो ?

Sol : विस्थापन = 10 + 10 = 14m



दूरी = $2\pi r \times (3½)$

$$= 2\times\frac{22}{7}\times10\times\frac{7}{2} = 220m$$

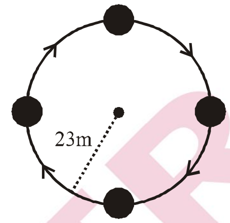
Q. अगर किसी वस्तु को 5m की ऊँचाई तक फेंका जाता है और वह वस्तु पुनः पूर्वावस्था में आ जाती है, तो दूरी और विस्थापन का अनुपात क्या होगा ?

Sol : विस्थापन = 0

दूरी = 10m

$$\frac{\text{दूरी}}{\text{विस्थापन}} = \frac{10}{0} = \infty \text{ or } 10:0$$

Q. एक पिण्ड द्वारा 23 मीटर त्रिज्या तथा 144.51 मीटर परिधि वाले वृत्ताकार पथ पर एक चक्कर लगाता है तो दूरी और विस्थापन क्या होगा ?



पिण्ड द्वारा तय की गई दूरी = वृत्ताकार पथ की परिधि

= 144.51 मीटर

एक चक्कर लगाने के बाद पिण्ड का विस्थापन = बिन्दु A से बिन्दु A तक की दूरी = 0 (शून्य)

➤ **दूरी तथा विस्थापन में अन्तर (Difference between Distance and Displacement) :**

दूरी	विस्थापन
दूरी केवल परिमाण को करता है।	विस्थापन परिमाण तथा दिशा व्यक्त दोनों को व्यक्त करता है।
दूरी सदैव धनात्मक, शून्य होती है।	विस्थापन धनात्मक, ऋणात्मक तथा शून्य भी हो सकता है।
यह अदिश राशि है।	यह सदिश राशि है।

चाल (Speed)

एकांक समय में तय की गई दूरी को चाल कहते हैं।

$$\text{चाल} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$$

❖ इसका S.I मात्रक = m/s होता है।

❖ यह एक 'अदिश' राशि है।

➤ **चाल तथा वेग में अन्तर (Differences between Speed and Velocity) :**

चाल	वेग
चाल में केवल परिमाण होता है दिशा नहीं (अदिश राशि)	वेग में परिमाण के साथ-साथ दिशा भी होती है। (सदिश राशि)
किसी वस्तु की चाल उस वस्तु के परिमाण के बराबर या उससे भी अधिक हो सकती है।	किसी वस्तु के वेग का परिमाण उस वस्तु की चाल से अधिक नहीं हो सकता है।
किसी वस्तु द्वारा एकांक समय में तय की गयी दूरी को उस वस्तु की चाल कहते हैं।	किसी वस्तु द्वारा एकांक समय में तय किए गए विस्थापन को उस वस्तु का वेग कहते हैं।

वेग (Velocity)

एकांक समय में तय किए गए विस्थापन को वेग कहते हैं।

$$\text{वेग} = \frac{\text{विस्थापन}}{\text{समय}}$$

- इसका S.I मात्रक m/s होता है।
- यह एक "सदिश" राशि है।

वेग (Velocity)

प्रारंभिक वेग	अंतिम वेग
(Intial Velocity)	(Final Velocity)
(u)	(v)
विराम से चलने पर u = 0	रूकने या ब्रेक लगाने पर v = 0

त्वरण (Acceleration)

वेग में परिवर्तन की दर को त्वरण कहते हैं।

$$\text{त्वरण} = \frac{\text{वेग में परिवर्तन}}{\text{समय}}$$

$$\boxed{a = \frac{v-u}{t}}$$

- त्वरण का S.I मात्रक $= \frac{ms^{-1}}{s} = ms^{-2}$
- त्वरण का विमा $= [LT^{-2}] = [M^0LT^{-2}]$
- +Ve त्वरण वेग को बढ़ाता है।
- त्वरण सदैव वेग में परिवर्तन लाता है।

मंदन (Retardation)

वैसा त्वरण जो प्रति सेकेण्ड वेग को घटाता है उसे मंदन कहते हैं। मंदन का मान हमेशा ऋणात्मक होता है।

$km/h \longrightarrow m/s \times \frac{5}{18}$	छोटा करने के लिए छोटा से गुणा
$m/s \longrightarrow km/h \times \frac{18}{5}$	बड़ा करने के लिए बड़ा से गुणा

Q. एक कार की चाल 5 second में 42 m/s से बढ़कर 77 m/s हो जाती है तो त्वरण ज्ञात करें।

Sol. : $a = \frac{v-u}{t} = a = \frac{77-42}{5} = \frac{35}{5} = 7 m/sec^2$

Q. एक स्कुटी की चाल 9 second में 92 m/s से घटकर 11 m/s रह जाती है तो त्वरण या मन्दन ज्ञात करें।

Sol. : $a = \frac{v-u}{t} = \frac{11-92}{9}$

$= \frac{-81}{9} = -9 m/s^2 \text{ or } 9 m/sec^2$ (**मंदन**)

Q. एक Car जिसकी चाल 60 m/s थी जिसे ब्रेक लगाकर 5 sec में रोक दिया जाता है तो त्वरण / मन्दन ज्ञात करें।

Sol. : $u = 60$ $\qquad a = \frac{v-u}{t}$

$v = 0$ $\qquad a = \frac{0-60}{5}$

$t = 5$ $\qquad a = \frac{-60}{5}$

$a = ?$ $\qquad a = -12\ m/s^2$ or $12\ m/s^2$ (मंदन)

Remark : नीचे या ऊपर कर रही वस्तु में त्वरण g (9.8 m/s^2) के बराबर होता है।

* जब वस्तु नीचे गिर रही होती है तो +ve
* जब वस्तु ऊपर जा रही होती है तो –ve

Q. मिनार से गिर रहा एक पत्थर का वेग 5 sec के बाद क्या होगा?

Sol. : $g = \frac{v-u}{t} = 9.8 = \frac{v-0}{5}$

$v = 49.0\ m/s = 49\ m/s$

Q. एक वस्तु को 10 m/s के वेग से ऊपर कि ओर फेंकते हैं 6 second के बाद इसका वेग क्या होगा ?

Sol. : $g = \frac{v-u}{t}, -10 = \frac{v-10}{6},$

$-60 = v-10, v = -50 m/s$

●

BY KHAN SIR (मानचित्र विशेषज्ञ)