GRAVITATION
गुरुत्वाकर्षण

→ संसार की सभी वस्तुएं एक-दुसरे को आकर्षित करती है जिसे गुरुत्वाकर्षण कहते है गुरुत्वाकर्षण बल सदैव आकर्षण करता है कभी प्रतिकर्षण नहीं करता है यह सबसे कमजोर बल है किन्तु इसका रेंज (Range) सबसे अधिक है गुरुत्वाकर्षण का खोज न्यूटन ने किया।

$F \propto m_1 m_2$

$F \propto \dfrac{1}{r^2}$

$\boxed{F = G.\dfrac{m_1 m_2}{r^2}}$ जहाँ G = सार्वभौमिक गुरुत्वाकर्षण नियतांक

$G = 6.67 \times 10^{-11} \dfrac{N.m^2}{kg^2}$

Remark → गुरुत्वाकर्षण बल एक संरक्षी बल है।

★ **संरक्षी बल–** वैसा बल जो मार्ग पर निर्भर नहीं करता है संरक्षी बल कहलाता है संरक्षी बल कहलाता है अवमुमन ये व्युत्क्रम वर्ग के नियम का पालन करते हैं अर्थात् इनमें R^2 का भाग होता है।

Ex : - विद्युत बल $(F) = \dfrac{1}{4\pi \in_o} \cdot \dfrac{q_1 . q_2}{r^2}$

गुरुत्वीय बल $(F) = G\dfrac{m_1 m_2}{R^2}$

चुम्बकीय बल $(F) = \dfrac{\mu_o}{4\pi} \dfrac{m_1 m_2}{r^2}$

Q. किसी वस्तु के द्रव्यमान को चार गुना कर दिया जाता है तथा उनके बीच के दुरी को दुगुनी कर दिया जाए उनके बीच लगने वाले गुरुत्वाकर्षण बल पर क्या प्रभाव पड़ेगा।

Sol. $F = \dfrac{Gm_1 m_2}{R^2}$ .... (i)

$F^1 = \dfrac{Gm_1 m_2 \times 4}{(2R^2)}$

$F^1 = F^1 = \dfrac{Gm_1 m_2 \times 4}{4R^2}$

$F^1 = \dfrac{Gm_1 m_2}{R^2}$

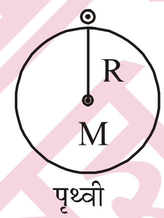
$F^1 = f$

★ **गुरुत्वीय त्वरण (g) →** पृथ्वी जिस त्वरण से किसी वस्तु को अपनी ओर खिंचती है उसे गुरुत्वीय त्वरण कहते है उसका मान बदलता रहता है सामान्यतः $g = 9.8\ m/s^2$ था।

$g = 980\ cm/s^2$ होता है

★ **g तथा G में संबंध–**

$\boxed{g = \dfrac{GM}{R^2}}$



जहां M = पृथ्वी का द्रव्यमान

R = पृथ्वी का त्रिज्या

बड़े ग्रह का द्रव्यमान अधिक होने का कारण उसका गुरुत्वाकर्षण अधिक होगा।

★ **त्रिज्या में परिवर्तन से g के मान में प्रभाव–**

(i) ध्रुवों पर त्रिज्या घटने से g का मान बढ़ जाती है।

(ii) विषुवत रेखा पर त्रिज्या बढ़ने से g का मान घटता है इसी कारण रॉकेट को छुड़ने के लिये विषुवत रेखिय स्थान को चुना जाता है।

(iii) विश्व की त्रिज्या तथा गुरुत्वीय त्वरण में उल्टा संबंध होता है।

(iv) पृथ्वी के त्रिज्या में जितना % परिवर्तन होता है g के निम्न में उसका दुगुना परिवर्तन देखा जाता है यह नियम पांच % तक ही लागु होता है।

Q. यदि पृथ्वी की त्रिज्या 3% बढ़ा दिया जाए तो g पर क्या प्रभाव पड़ेगा–

Sol. $3\% \times 2 = 6\%$

Q. यदि त्रिज्या को तीन गुना कर दिया जाए तो g के मान में क्या प्रभाव पड़ेगा।

Sol. $g = \dfrac{GM}{R^2}$ .... (i)

$g^1 = \dfrac{GM}{(3R)^2}$

$g^1 = \dfrac{GM}{9R^2}$

$g^1 = \dfrac{GM}{R^2 \times 9}$

$g^1 = g/9$

BY KHAN SIR (मानचित्र विशेषज्ञ)

★ **घुर्णन गति का g पर प्रभाव-**

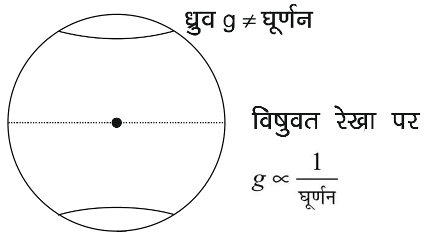
(i) ध्रुवों पर के मान पर घुर्णन गति का प्रभाव नहीं पड़ता है पृथ्वी तेज घुमे या धिमी ध्रुवों पर g का मान एकसमान रहता है।

(ii) विषुवत रेखा पर g के मान पर घुर्णन का उल्टा प्रभाव देखा जाता है।

(iii) यदि पृथ्वी का घुर्णन धिमी हो जाए तो विषुवत रेखा पर g का मान बढ़ जायेगा।

(iv) यदि पृथ्वी का घुर्णन तेज हो जाए तो विषुवत रेखा पर g का मान घट जाऐगा।

(v) यदि पृथ्वी 17 गुणा तेज घुमने लगे तो विषुवत रेखा पर g का मान शून्य हो जाएगा और वस्तुएं हवा में तैरने लगेगी।

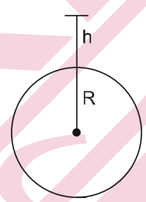


★ **ऊँचाई का g के मान पर प्रभाव-**

पृथ्वी सतह से ऊपर या निचे जाने पर g के मान में कमी आती है

सतह पर $g = \frac{Gm}{R^2}$

ऊँचाई पर $\boxed{g = \frac{Gm}{(R+h)^2}}$



Q. त्रिज्या के बराबर ऊँचाई पर g के मान पर क्या प्रभाव पड़ता है।

Sol. $g = \frac{Gm}{(R+h)^2}$ .... (i)

$g' = \frac{Gm}{(R+R)^2}$

$g' = \frac{Gm}{(2R)^2} = \frac{Gm}{4R^2}$

$g' = \frac{Gm}{R^2} \times \frac{1}{4}$

$g' = g/4$

Q. किस ऊँचाई पर जाने से g का मान चौथाई रह जाएगा यदि पृथ्वी की त्रिज्या 6400 km हो।

Sol. $g = \frac{Gm}{R^2}$ — सतह .... (i)

$g^1 = \frac{Gm}{(R+h)^2}$ — ऊँचाई .... (ii)

$g^1 = g \times \frac{1}{4}$

$\frac{\text{समी०}(i)}{\text{समी०}(ii)} = \frac{g}{g^1} = \frac{\frac{Gm}{R^2}}{\frac{Gm}{(R+h)^2}}$

$\frac{g}{\frac{g}{4}} = \frac{Gm}{R^2} \times \frac{(R+h)^2}{Gm}$

$4 = \frac{(R+h)^2}{R^2}$

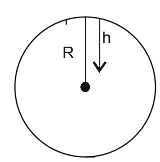
$\sqrt{4} = \left(\frac{R+h}{R}\right)$

$2 = \frac{6400+h}{6400} \Rightarrow 2 \times 6400 = 7400 + h$

$h = 6400$

★ **गहराई पर जाने से g के मान में प्रभाव-**

$\boxed{g^1 = g\left(1 - \frac{h}{R}\right)}$



Q. पृथ्वी के केन्द्र पर g का मान ज्ञात करें।

Sol. $g' = g\left(1 - \frac{h}{R}\right)$

$g' = g\left(1 - \frac{R}{R}\right)$

$g' = g(1-1)$

$g' = 1 \times 0$

$g' = 0$

Remark : - पृथ्वी के केन्द्र तथा अन्तरिक्ष में g का मान शून्य हो जाता है जबकि चन्द्रमा पर g का माान पृथ्वी का $1/6$ हो जाता है।

★ **कक्षीय चाल (orbital velocity)** → वह न्यूनतम चाल जिसे प्राप्त कर कोई उपग्रह किसी ग्रह का एक चक्कर पुरा कर ले कक्षीय चाल कहलाता है यह द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता है।

$\boxed{V_0 = \sqrt{gR}}$

⇒ कक्षीय चाल ग्रह कि त्रिज्या बढ़ने से बढ़ जाता है-

BY KHAN SIR (मानचित्र विशेषज्ञ)

Remark → पृथ्वी के समिप चक्कर लगा रहे उपग्रह का कक्षीय चाल 8 km/s होता है।

✶ **पलायन वेग (Escape Velocity) →** वह वेग गुरुत्वीय सीमा को छोड़कर हमेशा के लिए चला जाए पलायन वेग कहलाता है।

Scape velocity = $\boxed{V_e = \sqrt{2gR}}$

→ पलायन वेग द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता है ग्रह कि त्रिज्या बढ़ाने से पलायन वेग बढ़ जाता है।

पृथ्वी का पलायन वेग 11.2 km/s

वृहस्पति का पलायन वेग 59.5 km/s

चन्द्रमा का पलायन वेग 2.3 km/s

→ चन्द्रमा पर कम पलायन वेग के कारण ही वहां का वायुमंडल चन्द्रमा को छोड़कर चला गया इसी कारण वहां ध्वनि उत्पन्न तो होगी किन्तु सुनाई नहीं देगी।

→ चन्द्रमा पर कम गुरुत्वाकर्षण के कारण चन्द्रमा पर उतरने वाला व्यक्ति अपने साथ भारी वजन लिये रहता है।

✶ **पलायन वेग तथा कक्षीय चाल में संबंध–**

पलायन वेग = $\sqrt{2gR}$

$V_e = \sqrt{2} \times \sqrt{gR}$

$V_e = \sqrt{2} \times V_o$

$\boxed{V_e = \sqrt{2}\, V_o}$

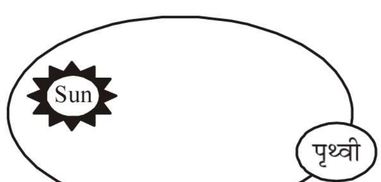
✶ **कृत्रिम उपग्रह →** मानव निर्मित वैसे पिण्ड जो ग्रह का चक्कर लगाते है कृत्रिम उपग्रह कहलाते है। यह दो प्रकार के होते हैं।

उपग्रह

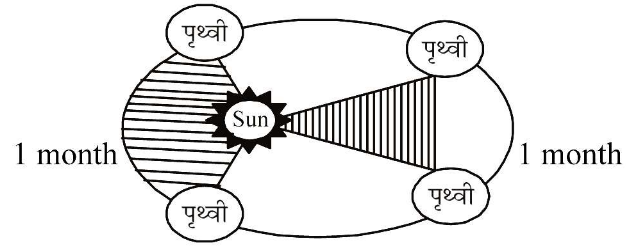
ध्रुवीय (Polar)	भू-स्थैतिक (Geo.- Sincronor)
Rocket = P.S.L.V	Rocket = G.S.L.V
ऊँचाई = 600 – 900 km	ऊँचाई = 36000 km
कक्षीय चाल = 8km/sec	कक्षीय चाल = 3.14 km/sec
चक्कर में समय = 84 minutes (आवर्तकाल)	चक्कर में समय = 24 घण्टा (आवर्तकाल)
उपयोग = मौसम	उपयोग = संचार, निगरानी

✶ **ग्रहों के गति संबंधित केपलर का नियम–**

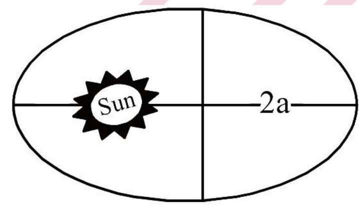
(i) ग्रह सूर्य का चक्कर दिर्घ वृत्तीय पथ पर लगाते है और सूर्य फोकस पर स्थित रहता है।



(ii) किसी भी ग्रह का क्षेत्रीय चाल सामान होता है अर्थात् कोई भी ग्रह एक सामान समय में सामान क्षेत्रफल को तय करता है जिस कारण जब वह सूर्य के करीब आता है तो उसकी चाल बढ़ जाता है।



(iii) **केप्लर का तीसरा नियम–**किसी ग्रह के अर्द्धदीर्घ अक्ष का वर्ग उसके आवर्त्तकाल के तीसरे घात के समानुपाती होते हैं।



दीर्घ अक्ष–2a

अर्द्ध दीर्घ अक्ष – a

$a^2 \propto T^3$

Eg. एक ग्रह के दीर्घवृत्तीय पथ का दीर्घ अक्ष 16 है आवर्त्तकाल ज्ञात करें।

$64 \propto T^3$

$T \propto 4$

Remark : कोई भी उपग्रह दीर्घवृत्तीय पथ पर चक्कर लगाता है यदि वह परवलयकार होगा तो पृथ्वी पर गिर जाएगा। अतिपरवलयकार होने पर अंतरिक्षत में गायब हो जाएगा।

लिफ्ट में वस्तु का भार

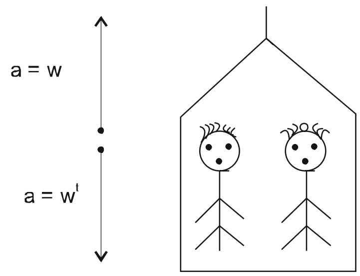
(i) लिफ्ट जब सामान्य वेग से उपर या नीचे जाएगी तो भार में कोई परिवर्तन नहीं आएगा।

(ii) जब लिफ्ट त्वरण या सामान त्वरण से ऊपर जाएगी तो भार बढ़ेगा।

(iii) जब लिफ्ट त्वरण या सामान त्वरण से नीचे आएगी तो भार घटेगा।

(iv) ऊपर जाते समय या नीचे आते समय यदि रस्सी टुट जाए तो भार हिनता होगी।

(v) यदि लिफ्ट g त्वरण से भी अधिक त्वरण से (हचाक से) नीचे उतरे तो लिफ्ट में रखी वस्तु छत से टकरा जाएगी।



वस्तु का भार W = mg.

वस्तु का लिफ्ट में भार

$w = m(g \pm a)$ उपर = +ve

नीचे = –ve

Q. 200 kg को महिला का एक लिफ्ट में भार क्या होगा जब लिफ्ट 5 m/s² से उपर जाए तथा 5 m/s² से ही नीचे आए।

Sol. उपर

$W = m(g+a)$
$= 200(10+5)$
$= 200 \times 15$
$= 3000$

महिला का भार

$W = mg$
$= 200 \times 10$
$= 2000$ N

नीचे $= W = m(g-a)$
$= 200(10-5)$
$= 200 \times 5$
$= 1000$

Q. एक लिफ्ट जो 6 m/s² के त्वरण से नीचे आ रहा है उसमें 50 kg का एक व्यक्ति है उसका द्रव्यमान क्या होगा।

a = 6 m/s²

m = 50 kg

Sol. द्रव्यमान change नहीं होता है।

द्रव्यमान तथा भार में अन्तर

द्रव्यमान→ द्रव्य के परिमाप को द्रव्यमान कहते है यह इस बात का जानकारी देता है कि वह पदार्थ कितने कणों से बना है द्रव्यमान कभी बदलता नहीं है द्रव्यमान एक अदिश राशि है इसे kg में मापते है द्रव्यमान मापने के लिए कमानीदार तुला का प्रयोग करते है।

भार (Weight)→ वह पृथ्वी के खिंचाव बल को बताता है स्थान बदलने से भार बदल जाता है भारसदिश राशि है यह हमेशा नीचे कि ओर कार्य करती है भार को स्प्रिंग तुला द्वारा नापते है।

भार $W = mg$

Q. 40 kg के एक वसतु का भार ज्ञात करें।

Sol. w = mg
= 40 × 10 = 400 N

Q. एक वस्तु का भार पृथ्वी पर 1800 N है चन्द्रमा पर इसका भार ज्ञात करें।

Sol. $\frac{\text{पृथ्वी पर भार}}{6}$

$1800 \times \frac{1}{6} = 300$ N

Q. 90 Kg द्रव्यमान वाले एक वस्तु का चन्द्रमा पर भार ज्ञात करें।

Sol. W = mg
90 × 10 = 900

$\frac{\text{पृथ्वी पर भार}}{6}$

$= \frac{900}{6} = 100$ N

Q. चन्द्रमा पर एक वस्तु का भार 300 N है इसका द्रव्यमान ज्ञात करें।

Sol. चन्द्रमा पर भार = 300 N
पृथ्वी पर भार = 300 × 6
w = 1800

$\frac{\text{पृथ्वी पर भार}}{6}$

w = mg
1800 = m × 10
m = 180 Kg

Q. पृथ्वी पर एक वस्तु का द्रव्यमान 50 kg है तो इसका चन्द्रमा पर भार ज्ञात करें।

Sol. पृथ्वी पर भार
w = mg
w = 50 × 10
= 500

चन्द्रमा पर भार $= \frac{\text{पृथ्वी पर भार}}{6}$

$= \frac{500}{6} = 83.3$ N

Q. पृथ्वी पर एक वस्तु का द्रव्यमान 90 kg है चन्द्रमा पर इसका द्रव्यमान ज्ञात करें।

Sol. 90 kg

Remark :

(i) ध्रुवों पर g का मान अधिक होता है जिस कारण भार अधिक होगा।

(ii) विषुवत रेखा पर g का मान कम होता है जिस कारण भार कम होगा किन्तु द्रव्यमान पर कोई प्रभाव नहीं पड़ेगा।

Remark :

किसी वस्तु का सर्वाधिक भार निर्वात में होता है अर्थात् एकदम उचित भार ज्ञात करने के लिए निर्वात होना चाहिए सोनार सोना तौलते समय कांच के अन्दर तौलता है।

सरल आवर्त गति
(S.H.M. - (Simple Hormonic motion)

जब कोई पिण्ड किसी निश्चित बिन्दु के इधर-उधर गति करता है तो इसके गति को सरल आवर्त गति कहते हैं। मध्यमान स्थिति अधिकतम विस्थापन को आयाम या Amplitute कहते है।

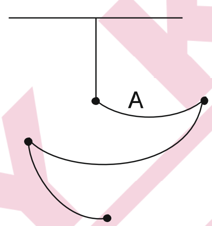
आयाम (विस्थापन) त्वरण के समानुपाती होती है किन्तु दिशा विपरीत होती है

⇒ एक दोलन पूरा करने में लोलक को चार (4) आयाम तय करना होता है।

1 दोलन = 4 आयाम

⇒ तीन दोलन पूरा करने में कितना आयाम चलना होगा।

$3 \times 4 = 12$ आयाम



एक दोलन

Q. 4 cm आयाम वाला S.H.M 5 दोलन में कुल कितनी दूरी तय करेगा।

Sol. 1 दोलन = 4 आयाम

5 दोलन = 20 आयाम

5 दोलन के लिए दूरी $= 20 \times 4 = 80$ cm

★ **आवर्त काल (Time period) →**

एक दोलन पूरा करने में लगाया गया समय आवर्त काल कहलाता है आवर्त काल समय को बताता है। यदि आवर्त काल बढ़ेगा तो समय बढ़ेगा और वस्तु सुस्त हो जाएगी किन्तु आवर्तकाल घटेगा तो समय घटेगा और वस्तु तेज हो जाएगी।

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Remark: - आयाम तथा द्रव्यमान पर आवर्तकाल निर्भर नहीं करता अर्थात् आयाम या द्रव्यमान बढ़ाने पर आवर्तकाल पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता है।

⇒ आवर्त काल (T) तथा लम्बाई $(\sqrt{l})$ में खींचा गया ग्राफ परवलयाकार प्राप्त होगा।

★ **लम्बाई पर आवर्त काल का प्रभाव-**

(i) लम्बाई और आवर्तकाल समानुपाती होता है।

(ii) लम्बाई को जितना गुणा किया जाएगा आवर्तकाल उसका वर्गमूल हो जाएगा।

Eg. लम्बाई को 16 गुणा करने पर आवर्तकाल 4 गुणा हो जाएगा।

(iii) गर्मी के दिन में पेन्डुलम घड़ी के लम्बई बढ़ जाता है जिस कारण आवर्तकाल बढ़ जाता है और घड़ी सुस्त हो जाता है।

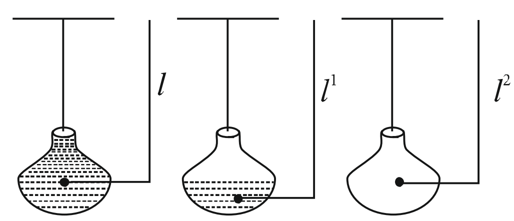
(iv) ठंडी के दिन में लम्बाई घट जाती है जिससे आवर्त काल घट जाती है और पेन्डुलम घड़ी तेज हो जाती है

(v) झुला झुलती लड़की यदि अचानक बैठ जाएगी तो उसका द्रव्यमान केन्द्र (नाभी) नीचे घिसकने के कारण लम्बाई बढ़ जाएगा। जिससे आवर्तकाल बढ़ जाएगा। झुला सुस्त हो जाएगा।

(vi) यदि बैठी हुई लड़की झुला झुलने समय खडी हो जाएगी तो नाभी ऊपर होने के कारण लम्बाई घट जाएगी और आवर्तकाल घट जाएगा और झुला तेज हो जाएगा।

(vii) यदि कोई लड़की खड़ी होकर झुला झुल रही है और कोई लड़का झुला पर आकर बैठ जाए तो द्रव्यमान केन्द्र को दोनों के नाभी के बिच में माना जाएगा जो पहले की अपेक्षा थोड़ा नीचे हो जाएगा जिससे लम्बाई बढ़ जाएगी आवर्तकाल बढ़ जाएगा और झुला सुस्त हो जाएगी।

(viii) यदि किसी घड़ा में लबालब पानी भरा हो और वह S.H.M. कर रहा हो और घड़ने का पेनी में सुराग हो जाए तो आवर्तकाल प्रारंभ में बढ़ेगा उसके बाद स्थिर हो जाएगा।



⇒ यदि लम्बाई में प्रतिशत परिवर्तन हो तो आवर्त काल में उसका आधा परिवर्तन होता है।

Ex. - लम्बाई में 5% परिवर्तन होने पर आवर्तकाल में 2.5 % की वृद्धि होगी।

BY KHAN SIR (मानचित्र विशेषज्ञ)

✶ **g का आवर्तकाल पर प्रभाव–**

(i) g तथा आवर्तकाल में उल्टा संबंध होता है।

(ii) ध्रुवों पर g का मान अधिक होता है जिस कारण आवर्तकाल घट जाएगा।

(iii) सुरंग में जाने पर g का मान घटता है जिस कारण आवर्तकाल बढ़ जायेगा।

(iv) ऊँचाई पर जाने से g का मान घटता है जिस कारण आवर्तकाल बढ़ जाता है।

(v) अंतरिक्ष में जाने पर g का मान शून्य हो जाता है। अत: आवर्तकाल अनन्त हो जाएगा।

Ex.: किसी उपग्रह के अन्दर पेन्डुलम घड़ी का आवर्तकाल अनन्त हो जाएगा।

Q. पृथ्वी पर एक लोलक का आवर्तकाल T है चन्द्रमा पर इसका आवर्तकाल क्या होगा?

Sol. पृथ्वी = $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

चंद्रमा = $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g/6}}$

$T' = 2\pi\sqrt{\frac{6l}{g}}$

$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \times \sqrt{6}$

$T' = T\sqrt{6}$

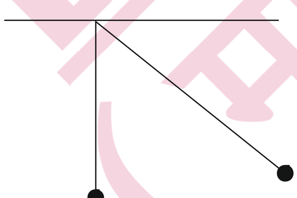
Q. पृथ्वी के केन्द्र पर लोलक का आवर्तकाल ज्ञात करें।

Sol. $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ [∵ केन्द्र पर g = 0]

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{0}}$

$T = \infty$

✶ **S.H.M के विभिन्न बिन्दुओं पर भौतिक राशियां–**



विस्थापन	= O
त्वरण	= O
बल	= O
स्थितिज	= min
गति	= max
गतिज ऊर्जा	= max

विस्थापन	= ma
त्वरण	= ma
बल	= ma
स्थितिज	= ma
गति	= O
वेग	= O
गतिज ऊर्जा	= O

सेकेण्ड लोलक :- वैसा लोलक जिसका आवर्तकाल दो सेकेण्ड हो सेकेंड लोलक कहलाता है।

Q. एक लोलक का आवर्तकाल दो सेकेंड है इस लोलक की लम्बाई ज्ञात करें।

Sol. $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

$2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ $\quad \frac{2}{2\pi} = \sqrt{\frac{l}{g}}$

$\frac{1}{\pi} = \sqrt{\frac{l}{g}}$

$\frac{1}{3.14} = \sqrt{\frac{l}{g}}$

Squaring bothside

$\frac{1}{9.8} = \frac{l}{9.8}$

$l = 1$ meter.

✶ **S.H.M. का समीकरण–** $\boxed{y = A\sin \omega t}$

जहाँ A = आयाम $\quad \omega = 2\pi n$

w = कोणीय चाल

t = 0 समय

Q. y = 3 sin 10 t में आयाम तथा आवर्तकाल ज्ञात करें।

Sol. $y = A \sin wt$

$y = 3 \sin 10\,t$

A = 3 (आयाम)

$\omega = 10$

$2\pi h = 10$ $\quad \boxed{\omega = 2\pi h}$

$h = \frac{5}{\pi}$ आवृत्ति

$T = \frac{\pi}{5}$ आवर्त काल

Q. S.H.M कर रहा एक लोलक का समीकरण y = 10 sin 18πt आवृत्ति, आयाम तथा आवर्तकाल ज्ञात कीजिए।

Sol. $y = 10\sin 18\pi t$

$y = A \sin wt$

A = 10

$w = 18\pi$ $\quad \boxed{w = 2\pi h}$

$2\pi h = 18\pi$

h = 9 Hz आवृत्ति

✪☆✪

BY KHAN SIR (मानचित्र विशेषज्ञ)